

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛА

В. М. Терещиков, ИУЗ-83

Пр.: Б. Н. Окоешов, ИУЗ.

Введение

Рассматриваются летат. аппараты (ЛА) тяжелее воздуха:

$$m_{\text{ЛА}} > \rho_{\text{В}} V_{\text{ЛА}},$$

где $\rho_{\text{В}}$ — плотность воздуха:

К ним относятся:

- самолёты;
- вертолёт;
- ракеты;
- ЛА на воздушной подушке;
- космич. ЛА.

ЛА считается инерциальным. Он рассматривается как тело и имеет 6 степеней свободы:

ЛА движется так, что возникает подъёмная сила: у самолётов — при помощи несущих поверхностей (крыльев), у вертолёт — при помощи

вращением этих ил-тей,
у ракет — двигателями, у
ЛА на возд. подушке — статич.
ские динамики. наметаемым
воздуха под днищем.

В основном будут изучаться
самолёты. Для них будет
полюшено прогнано поставлена
задача оптимизации:

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}} = \bar{f}(\bar{z}, \bar{u}); & t \in [0, T] \\ I = k G_T \lambda + (1 - \lambda) T \rightarrow \min. \\ \bar{z}(0) = \bar{z}^0; \quad \bar{z}(T) = \bar{z}^k, \end{cases}$$

где отыскивается оптималь-
ное управление (програм-
мное) $\bar{u} = \bar{u}_{\text{оп}}(t)$; при этом

λ — весовой коэффициент;

T — время полёта;

G_T — вес топлива;

$\bar{z}$ — вектор состояния ЛА.

В действит-ти $\bar{u}(t) = \bar{u}_{up}(t) + \bar{u}_{корр}(t)$,
где $\bar{u}_{корр}(t)$ отвечает стабили-
зации ЛА (коррекции), а
 $\bar{z}(t) = \bar{z}_{up}(t) + \Delta \bar{z}(t)$.

Вообще, управление — перевод
ЛА из одного возможного
состояния в другое, путем
воздействия на состояние
ЛА полукремлем, обработкой
и передачей информации.
Оно включает:

— программирование — нацели-

$$\bar{z} = \bar{z}_{up}(t);$$

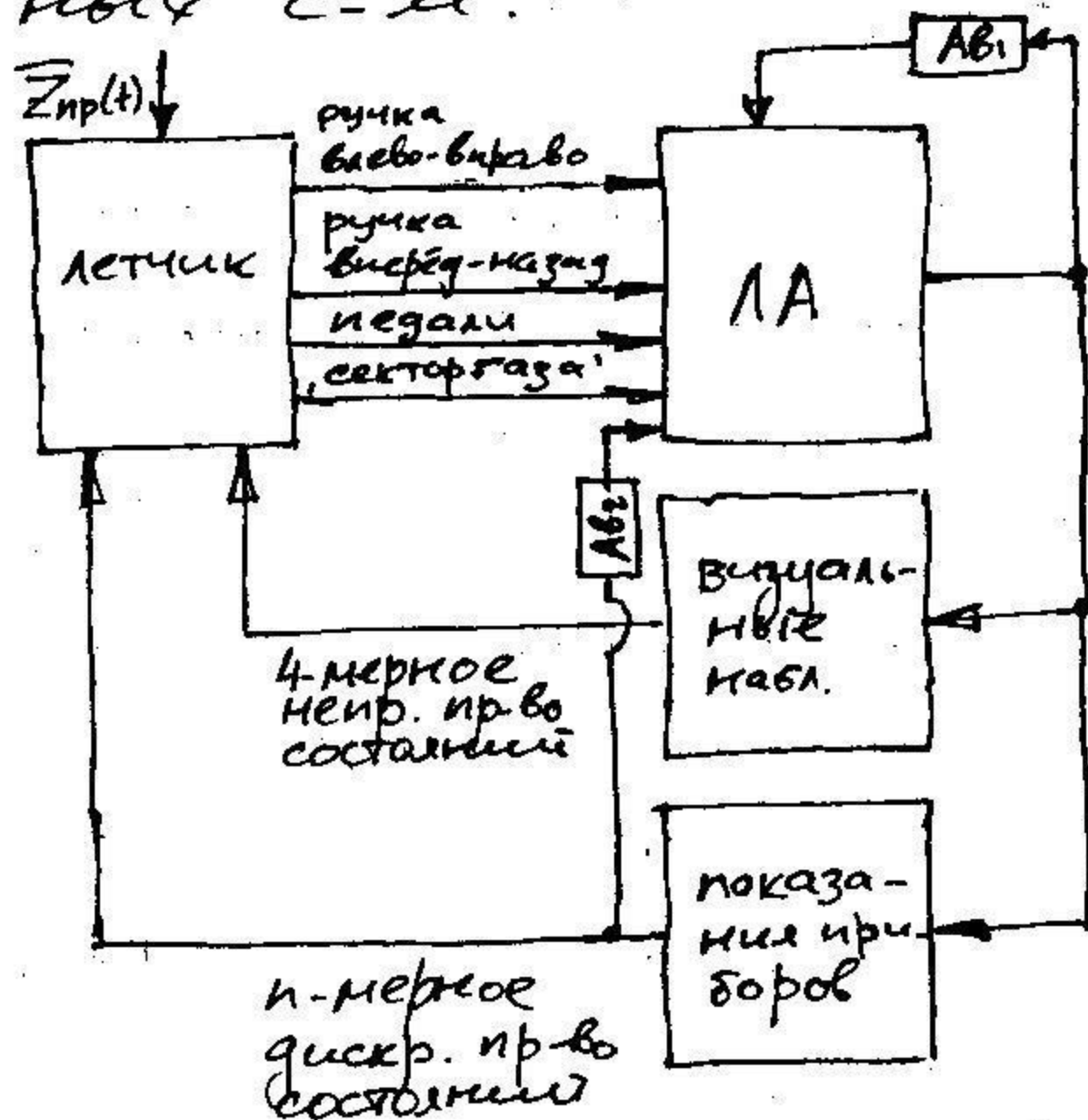
— контроль — измерение

$$\Delta \bar{z}(t) = \bar{z}(t) - \bar{z}_{up}(t);$$

— стабилизирующее обеспечение

$$\lim_{t \rightarrow t_1} |\Delta \bar{z}(t)| < \Delta \bar{z}.$$

С-ма ЛА - лётчик может рассматриваться по общим принципам человеко-машинных с-м:



В случае несоответствия х-к летчика и ЛА вводятся автоматы типа Ав₁ и/или Ав₂, поскольку х-ки ЛА считаются заданными технич. требованиями.

ЛА как объект управления

Предварит. замечания

Земля моделируется геондом, эллипсоидом, сфероидом, и т.д. Последнее допустимо, если дальность $L \ll 500$ км. Земля может считаться неподвижной, если скорость $V \ll V_{k2}$, где V_{k2} — 2-я космич. скорость.

С-ные координат. (СК)

все прямоугольные и правые.

$\bar{V}$ — воздушная (истинная) скорость ЛА;

$\bar{V}_k$ — земная скорость ЛА;

$\bar{V}_n$ — нереальная скорость ЛА — проекция $\bar{V}_k$ на н-ть Земли.

- а) Интернациональная СК $O_i X_i Y_i Z_i$ — та, в к-рой выполняются 3-иые Ньютона.
- б) Нормальная земная СК $O_o X_o Y_o Z_o$. O_o лежит в ил-ти Земли. $O_o Y_o$ направлена вертикально.
- в) Стартовая СК $O_o X_o Y_o Z_o$ отличается от норм. земной тем, что O_o совмещается с центром масс ЛА перед стартом.
- г) Связанная СК $O X Y Z$. Начало O совмещено с центром масс ЛА; $O X$ направлена к носу; $O Y$ направлена по нормали ("вверх"), $O Z$ дополняет СК до правой. $O X Y$ — ил-ть симметрии ЛА.

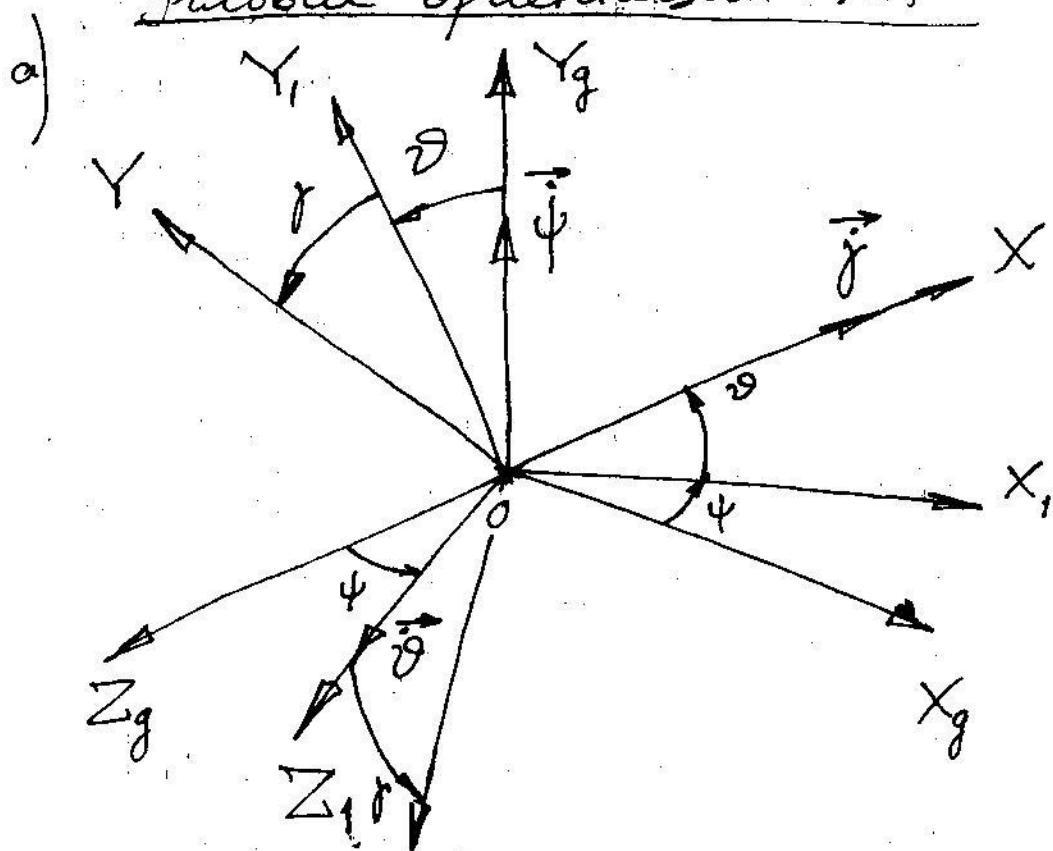
г) Нормальная СК Ox_yz имеет оси, параллельные осей нормальной земной СК; начало O совпадает с центром масс ЛА

е) Скоростная СК $Ox_a y_a z_a$. Начало O — центр масс ЛА; Ox_a направлена по скорости $\vec{V}$.

ж) Траекторная СК, $Ox_k y_k z_k$ отличается от скоростной СК тем, что Ox_k направлена по скорости $\vec{V}_k$.

Нормальная СК движется в нормальной земной СК поступательно; связанная СК движется в нормальной СК только вращаясь.

Угловая ориентация ЛА



Последовательность поворотов;

$\psi \rightarrow \theta \rightarrow \gamma$, где

ψ - угол рыскания,

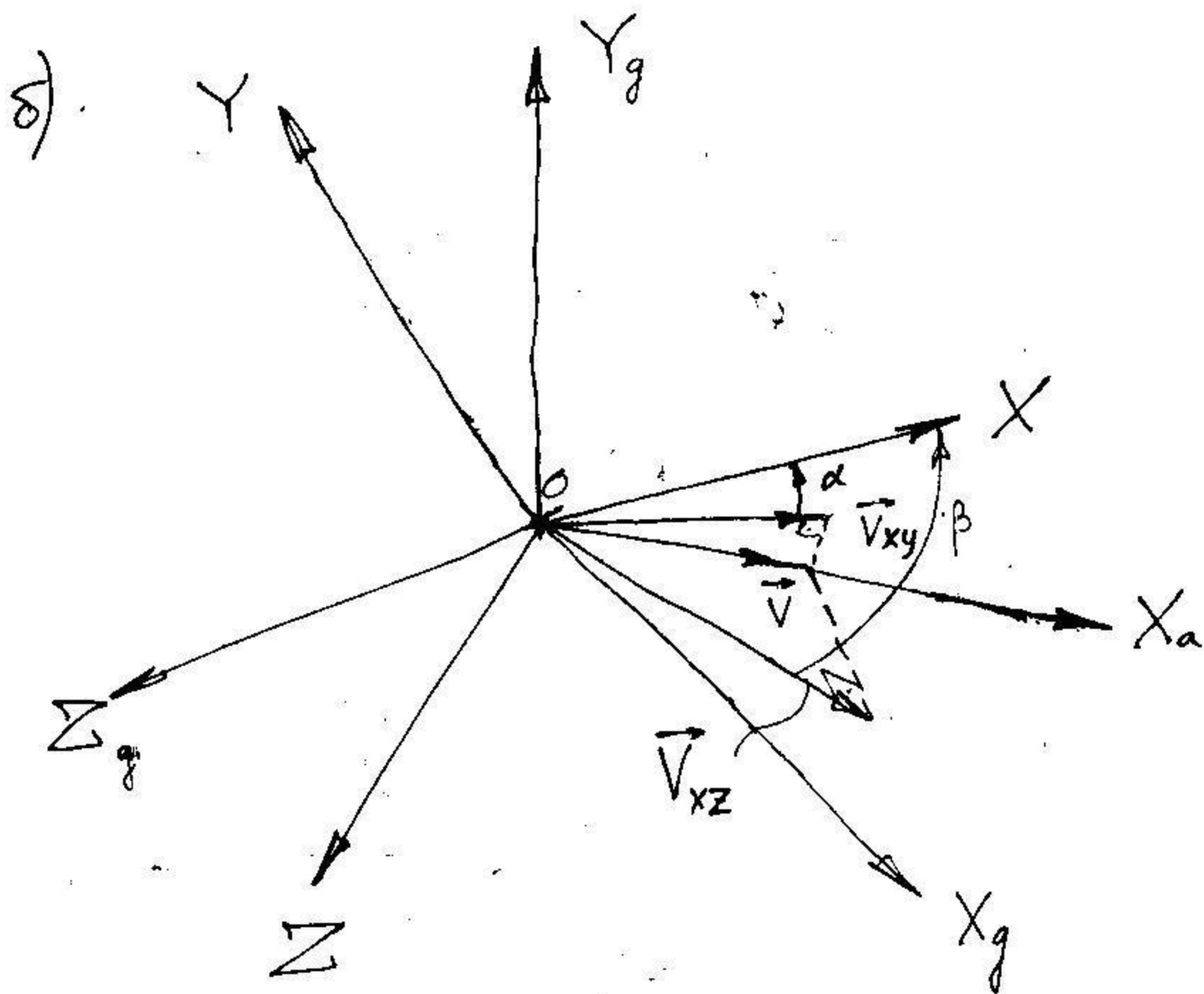
θ - угол тангажа,

γ - угол крена.

Угол рыскания - угол поворота в гор. пл-ти;

Угол тангажа - угол наклона продольной оси к гор. и-ти

Угол крена - угол м/у и-тью симметрии и верт. и-тью.

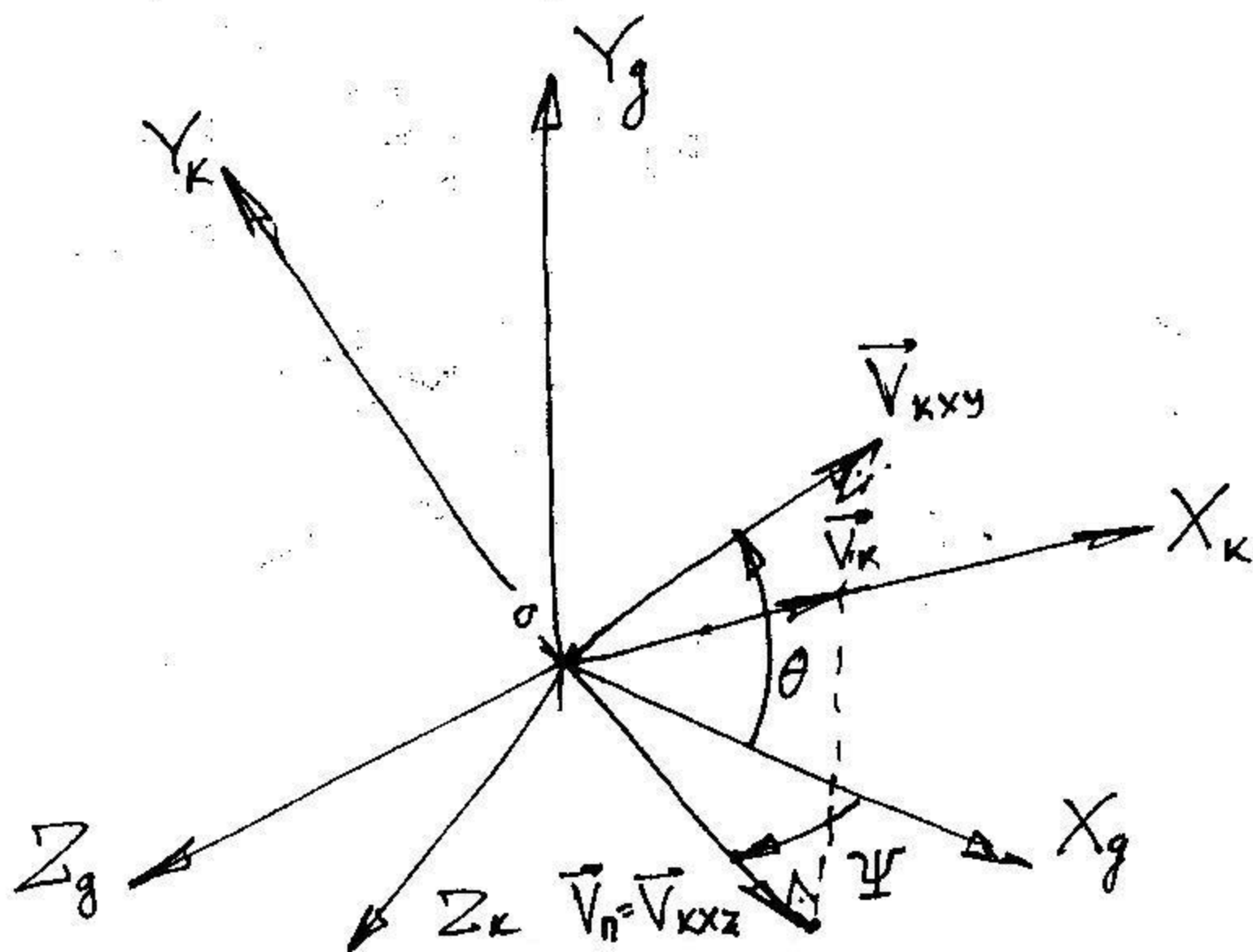


α - угол атаки; $\alpha > 0$, если $V_y < 0$;
 β - угол скольжения; $\beta > 0$, если $V_z > 0$.

Угол атаки - угол между проекцией $\vec{V}$ на ось симметрии ЛА и продольной осью.

Угол скольжения - угол между проекцией $\vec{V}$ на ось Oxz и продольной осью.

б)



Ψ - угол разворота; $\Psi = \psi - \beta$;
 θ - угол наклона траектории
 к гориз. и-ти; $\theta = \vartheta + \alpha$.

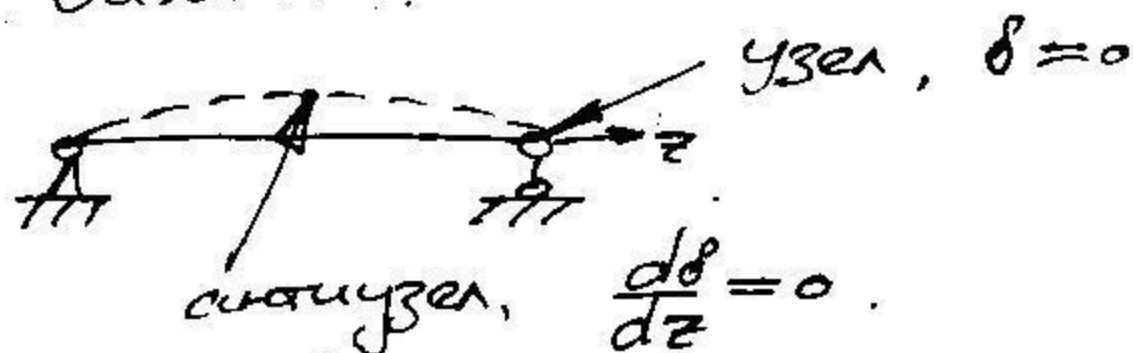
Угол разворота - угол м/у
 $\vec{V}_n$ и вектик: и-тью $\int \alpha_X Y_g$

Угол наклона траектории -
 угол м/у проекцией $\vec{V}_k$
 на вектик.. и-ть $\alpha_{X_{гг}}$ и-ть
 горизонта

Исходная модель движения ЛА.

Допущения:

- конструкция ЛА абсолютно жестка
- В действит-ти ЛА подобен балке:



- масса ЛА постоянна: $m_{ЛА} = const$.

Следовательно, моменты инерции ЛА также постоянны.

$$I_{ij} = \text{const}, \quad i, j = x, y, z.$$

- атмосфера спокойная;
- $\theta \neq \pm 90^\circ$;
- справедлива гипотеза стационарности.

Запишем ур. движения в проекциях на оси СК OXYZ

$$\begin{cases} I_{xx} \dot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz}) \omega_y \omega_z - \\ \quad - I_{xy} (\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) = M_x^e; \\ I_{yy} \dot{\omega}_y - (I_{zz} - I_{xx}) \omega_x \omega_z - \\ \quad - I_{xy} (\dot{\omega}_x - \omega_y \omega_z) = M_y^e; \\ I_{zz} \dot{\omega}_z - (I_{xx} - I_{yy}) \omega_x \omega_y - \\ \quad - I_{xy} (\omega_x^2 - \omega_y^2) = M_z^e \end{cases}$$

$$\begin{cases} m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) = F_x^e; \\ m(\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z) = F_y^e; \\ m(\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x) = F_z^e \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \vartheta; \\ \omega_y = \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \varphi - \dot{\vartheta} \sin \varphi; \\ \omega_z = \dot{\vartheta} \cos \varphi - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \varphi; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{X}_c = V_x \cos \hat{X} \hat{X}_c + V_y \cos \hat{Y} \hat{X}_c + V_z \cos \hat{Z} \hat{X}_c; \\ \dot{Y}_c = V_x \cos \hat{X} \hat{Y}_c + V_y \cos \hat{Y} \hat{Y}_c + V_z \cos \hat{Z} \hat{Y}_c; \\ \dot{Z}_c = V_x \cos \hat{X} \hat{Z}_c + V_y \cos \hat{Y} \hat{Z}_c + V_z \cos \hat{Z} \hat{Z}_c; \end{cases}$$

Кроме того, известно, что

$$\begin{cases} V_x = V \cos \alpha \cos \beta; \\ V_y = -V \sin \alpha \cos \beta; \\ V_z = V \sin \beta \end{cases}$$

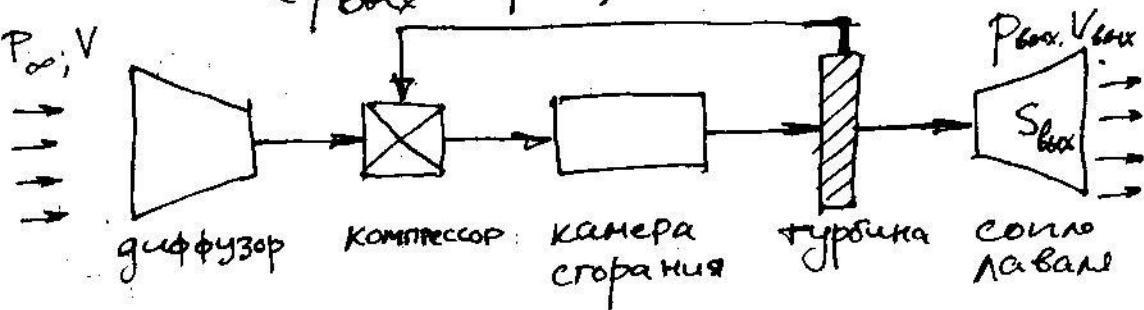
Силы и моменты, действующие на ЛА

действуют: сила тяги $\vec{P}$, сила тяжести $\vec{G}$, аэродинамическая сила $\vec{R}$, момент тяги $\vec{M}_P$, аэродинамический момент $\vec{M}_R$, момент гироскопичности

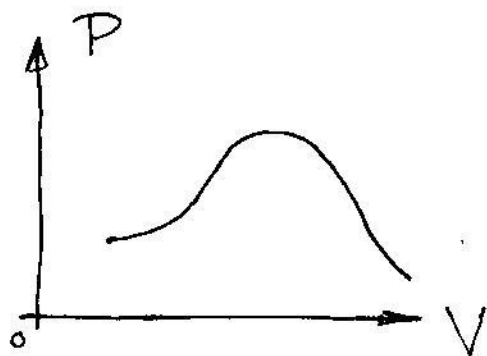
атмосферы $\vec{M}_{тур}$, мпр. момент $\vec{M}_{гир}$, момент инерционных масс $\vec{M}_{ин}$ (х-ный для высокоманевренных ЛА) и т.д. Последние 3 момента направлены вращением

а) сила тяги $\vec{P} = \sum_i \vec{P}_i$, где $\vec{P}_i$ — сила тяги i -го двигателя в совр. авиации исп. в основном турбореакт. двигатель (ТРД), для которого

$$P = m_{тс} \cdot (V_{вых} - V) + (P_{вых} - P_{\infty}) \cdot S_{вых}$$



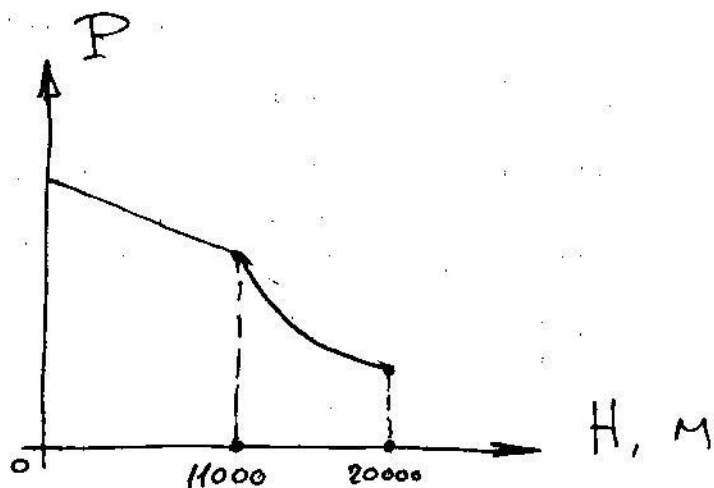
Здесь $V_{вых}$ - ср. скорость истечения струи; $P_{вых}$ - ср. давление в сечении сопла; P_{∞} - давление в невозмущенном потоке; $S_{вых}$ - площадь сечения сопла; m_{TC} - массовый расход топлива смеси; $[m_{TC}] = \frac{кг}{с}$



Удельный расход топлива

$$C_p = \frac{m_{TC}}{P}$$

На х-ке $P = P(V)$ рост т.е. связан с тем, что высокая скорость ЛА способствует лучшему наметанию воздуха (окислителя) в камеру сгорания.

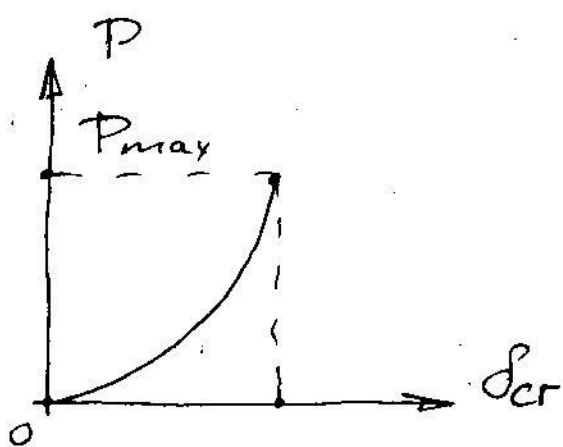


В стандартной атмосфере (МСА) принято для t -проц:

$$\frac{dT}{dH} = -0,0065 \frac{K}{m} \text{ при } H < 11000 \text{ м,}$$

$$\frac{dT}{dH} = 0 \text{ при } 11000 \text{ м} \leq H < 20000 \text{ м.}$$

На 2-м участке температура увеличивается вместе с плотностью воздуха, т.е. экспоненциально убывает с высотой.



Управление осуществляется "сектором газа" поворотом его на угол δ_{cg} , так что $P = k \delta_{cg}^3$; $k = \text{const}$.

Т.о., $P = P(\delta_{cg}, V, H)$.

$\vec{P}$ составляет с Ox не-
малый малый угол φ_P ,
так что

$$P_x = P \cos \varphi_P, P_y = P \sin \varphi_P, P_z = 0;$$

$$\vec{P} = \vec{x}^0 P_x + \vec{y}^0 P_y + \vec{z}^0 P_z, \text{ где}$$

$\vec{x}^0, \vec{y}^0, \vec{z}^0$ - орты осей Ox, Oy, Oz

Линии действия тем не про-
ходит п/з центр масс ЛА,
поэтому возникает момент
тем

$$\vec{M}_P = \vec{x}^0 M_{xP} + \vec{y}^0 M_{yP} + \vec{z}^0 M_{zP}, \text{ где}$$

$M_{xP} = 0$; $M_{zP} = P y_P \cos \varphi_P$; $M_{yP} = 0$;
 y_P - расстояние вдоль ОУ
от центра масс до линии
действия $\vec{P}$.

$$\nabla \cdot 0, \quad M_P = M_P(\delta_{\text{сг}}, V, H)$$

б) Сила тяжести $\vec{G}$, включаю-
щая гравитационную си-
лу и центробежную
силу инерции. На рас-
считываемых дистанци-
ях полёта можно считать

$$\vec{G} = m \vec{g}, \quad \vec{g} = \text{const.}$$

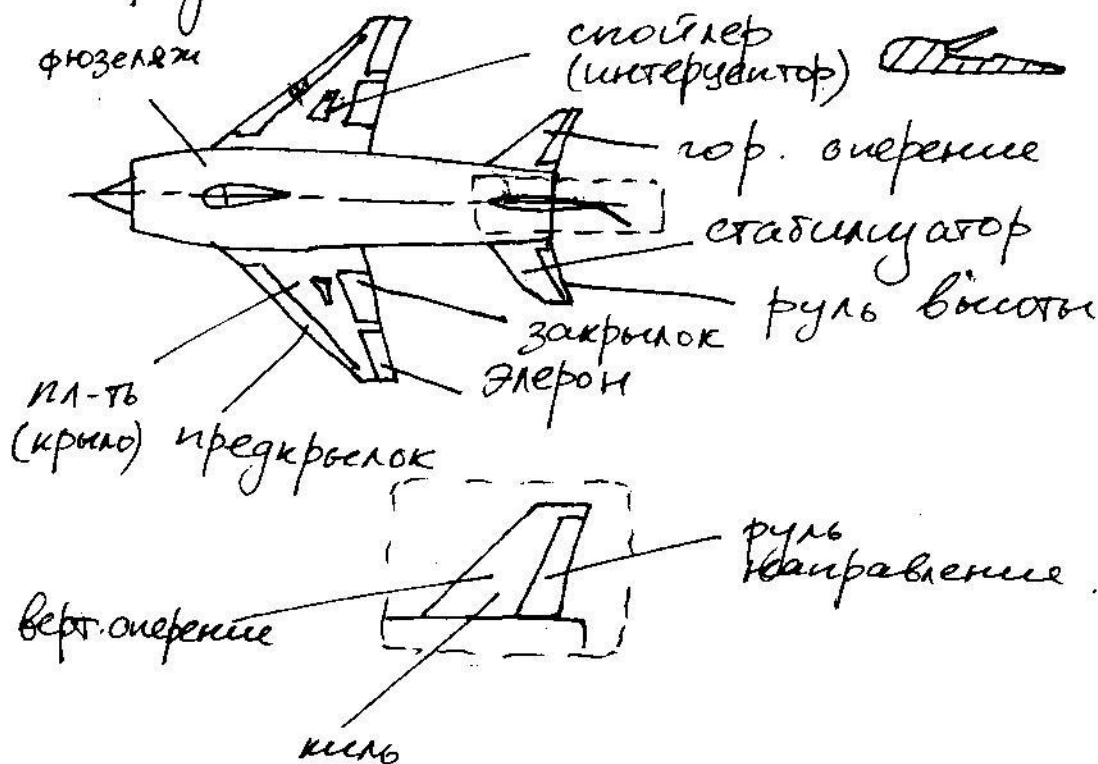
$$\vec{G} = \vec{x} \circ G_x + \vec{y} \circ G_y + \vec{z} \circ G_z, \text{ где}$$

$$G_x = -G \sin \vartheta;$$

$$G_y = -G \cos \vartheta \cos \gamma;$$

$$G_z = G \cos \vartheta \sin \gamma.$$

в) Аэродинам. сила $\vec{R}$ и момент $\vec{M}_R$



Элероны отклоняются в противофазе.
Управляют ЛА откл. продольной ос.

Закрывки опускаются синфазно. Увеличивают под'ёмную силу на малых скоростях.

Предкрылки исп. как элероны или закрылки (на больших углах атаки, напр.)

Интерцепторы сгибают поток, резко уменьшают под'ёмную силу.

Руль высоты отклоняется синфазно вверх или вниз. (На совр. ЛА также и в противофазе)

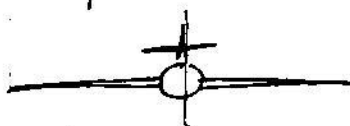
Руль направления вынужден на угол скольжения.

Схемы компоновки ЛА опре-
деляются:

— положением крыла отн. фюзеляжа



Верхнеплан



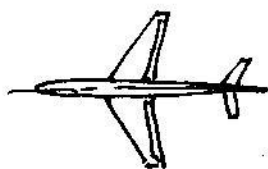
Среднеплан



Нижнеплан

Верхнеплан создает хорошие ус-
ловия для возникновения попу-
лярной силы, но не позволяет
увеличивать массу массы,
т.е. неустойчив при боко-
вых порывах ветра. Сред-
неплан создает миним-
мальную массу M_{zp} .

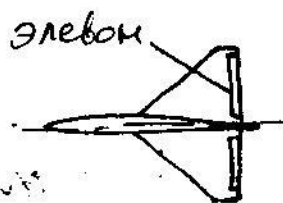
—положением крыла отн. гор. оперения



классическая

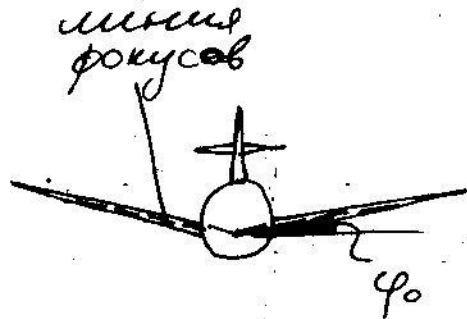
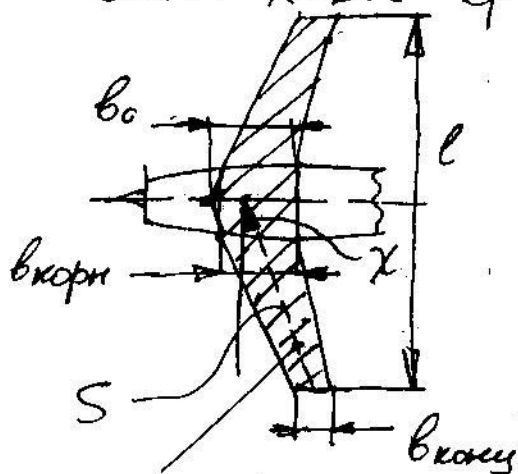


"утка"



"бесхвостка"

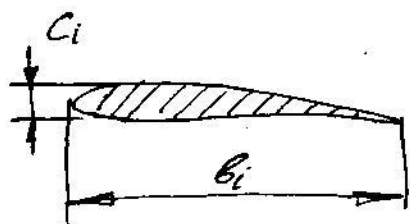
Ост. х-ки крыла:



l - размах;
 S - площадь;
 хорды:
 b_0 - корневая,
 b_k - концевая;
 $b_{крн}$ - корневая.
 x - угол стреловидности φ
 и φ_0
 φ_0 - угол поперечной V-образности.

Вводятся также отн. удлинение
 крыла $\eta = \frac{b_{\text{конц}}}{b_0}$ и отн.
 удлинение крыла $\lambda = \frac{c^2}{S}$.

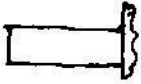
Важны также: профиль крыла



с хордой b_i , тол-
 щинной c_i , отн.
 толщиной

$$\bar{c}_i = c_i / b_i,$$

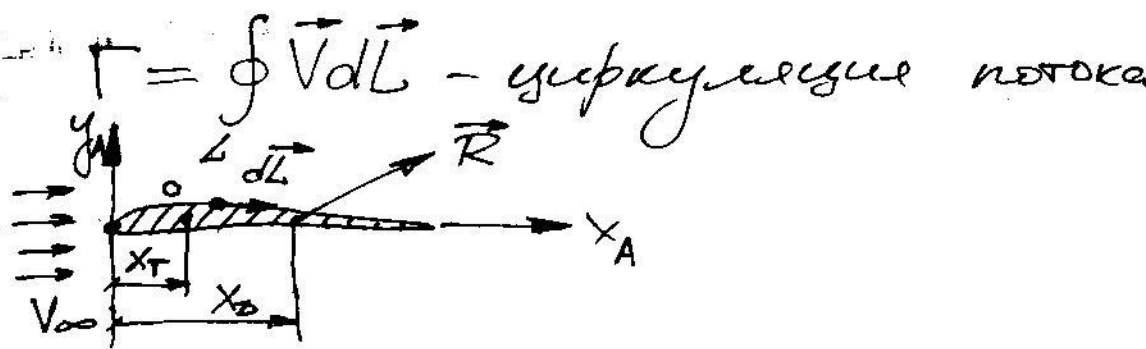
форма крыла в плане:

- прямое  ,
- трапецевидальное  ;
- стреловидное  ;
- дельтавидное  ;
- оживальное 

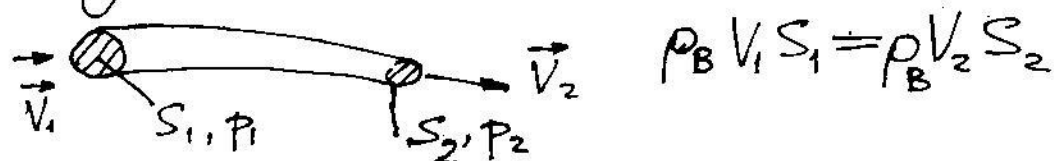
При расчётах любое кры-
ло приводится к экв. пре-
моугольному крылу
с той же площадью,
создающему ту же
аэродин. силу и тот же
аэродин. момент. Хорда
этого крыла наз. ср.
аэродин. хордой b_d .

Возникновение аэр. силы
объясняется Тн Муховского
на профиль, обтекаемый
потенц. потоком идеаль-
ной жидкости (газа)
со скоростью V_∞ на бес-
конечном удалении от
профиля, действует сила

$$R = \rho \Gamma \cdot V_\infty, \text{ где}$$



Существование неупругой циркуляции обусловлено ур-нием неразрывности:



и Бернулли

$$\frac{\rho_B V_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho_B V_2^2}{2} + p_2$$

Аэродинам. сила $\vec{R}$ прямо-
линейна к т. н. центру да-
вления с координатой
 x_D и, т. о., создает отн.
центра тяжести с коор-

длина X_T момент M_R
Аэродин. сила расклады-
вается по осям скоростной
СК :

$$\vec{R} = \vec{x}_A^0 R_{xA} + \vec{y}_A^0 R_{yA} + \vec{z}_A^0 R_{zA},$$

где

$$- R_{xA} = X = c_x \cdot \frac{\rho_B V_\infty^2}{2} S -$$

сила лобового сопротивления;

$$R_{yA} = Y = c_y \cdot \frac{\rho_B V_\infty^2}{2} S -$$

поперечная сила;

$$R_{zA} = Z = c_z \cdot \frac{\rho_B V_\infty^2}{2} S -$$

боковая сила.

Если положить

$$\vec{c}_R = -\vec{x}_A^0 c_x + \vec{y}_A^0 c_y + \vec{z}_A^0 c_z,$$

то

$$\vec{R} = \vec{C}_R \frac{\rho_B V_{\infty}^2}{2} S$$

Аналогично

$$\vec{M}_R = \vec{m}_R \frac{\rho_B V_{\infty}^2}{2} S h.$$

Здесь V_{∞} — скорость, h — высота, S — площадь, ρ_B — плотность, V_{∞}^2 — квадрат скорости.

Также возможно фазовое смещение по оси связанной СК.

$$\vec{R} = \vec{x}^0 R_x + \vec{y}^0 R_y + \vec{z}^0 R_z,$$

где

$$R_x = -X \cos \alpha \cos \beta + Y \sin \alpha - Z \cos \alpha \sin \beta;$$

$$R_y = X \sin \alpha \cos \beta + Y \cos \alpha + Z \sin \alpha \sin \beta;$$

$$R_z = X \sin \beta + Z \cos \beta$$

Если ось z и равные
фармаку в кроне, то

$$\vec{M}_R = \vec{x} \circ M_{Rx} + \vec{y} \circ M_{Ry} + \vec{z} \circ M_{Rz},$$

где

$$M_{Rx} = m_x \frac{\rho_B V_{\infty}^2}{2} S l -$$

аэр. момент крена;

$$M_{Ry} = m_y \frac{\rho_B V_{\infty}^2}{2} S l -$$

аэр. момент рыскания;

$$M_{Rz} = m_z \cdot \frac{\rho_B V_{\infty}^2}{2} S b_A -$$

аэр. момент тангажа.

Совокупность кинематич. па-
раметров (скорость, число
Маха, высота, крен, тангаж,
курс и т.п.) опис. режим
полёта ЛА.

Если эти параметры

не зависят от времени, то
решим на стационарном.

На малых промежуток времени нестационарность не
успевает сказаться. Поэтому
принимается гипотеза
стационарности, согласно
к которой все силы
и моменты в полёте
разделяются на силы и
моменты, соотв. стационарному полёту с дан-
ного движения, и силы
и моменты, соотв. вра-
щению с угл. скоростью,
постоянной в данном
движении.

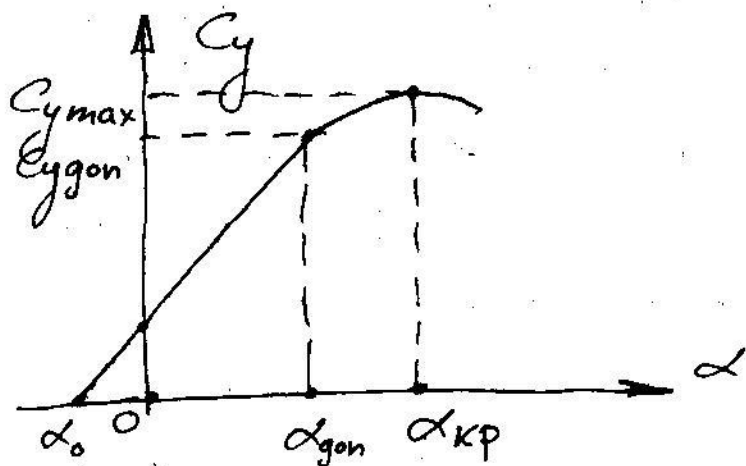
Положим $V_{\infty} = V$

1) Подъемная сила

$$Y = c_y \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} \cdot S = Y(c_y, H, V),$$

коэфф. подъемной силы

$$c_y = c_y(\alpha, M, \sigma_{\text{закр}}, \chi, \varphi, \sigma_{\text{РВ}})$$



Допустимое значение

$$c_y = c_{y\text{гон}} = (0,8 \div 0,85) c_{y\text{max}}.$$

При $\alpha \leq \alpha_{\text{гон}}$

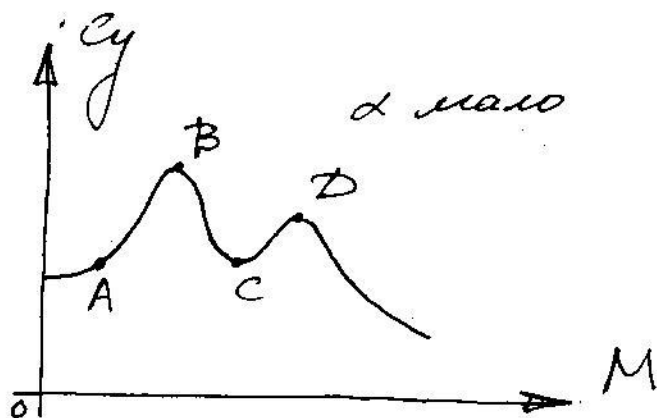
$$c_y = c_y' (\alpha - \alpha_0), \text{ где}$$

$$c_y' = \frac{\partial c_y}{\partial \alpha}.$$

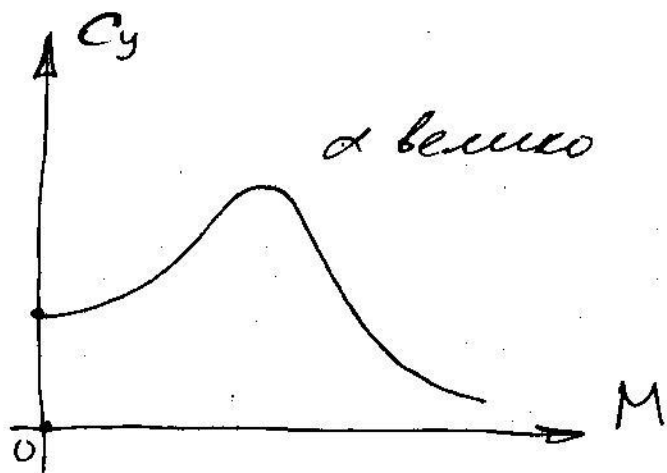
Число Маха $M = \frac{V}{a}$.

Поток считается:

- нестисляемым при $Me \in [0; 0,6)$;
- стисл. дозвуковым при $Me \in [0,6; 0,8)$;
- околосзвуковым при $Me \in [0,8; 1,2)$;
- сверхзвуковым при $Me \in [1,2; 5)$;
- гиперзвуковым при $Me \in [5; \infty)$.



- A: на верхней пов-ти на —
гается "волновой кризис",
падает давление.
- B: "волновой кризис" на —



пикается и на нижней
пов-сти; разность дав-
лений уменьшается;

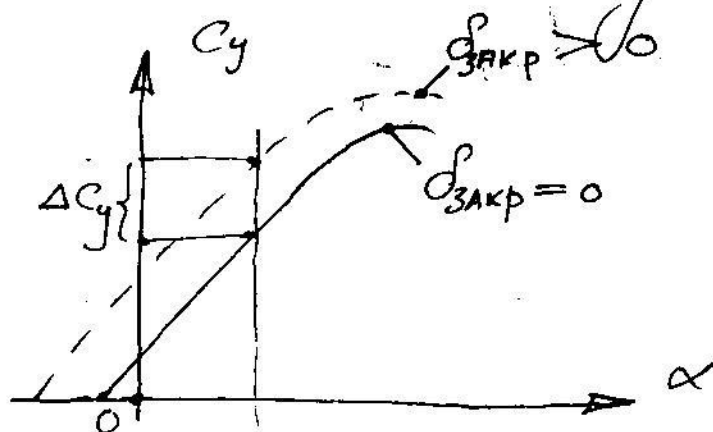
С: ударная волна на нижней
пов-сти доходит до зад-
ней кромки;

Д: ударная волна на верхней
пов-сти доходит до зад-
ней кромки..

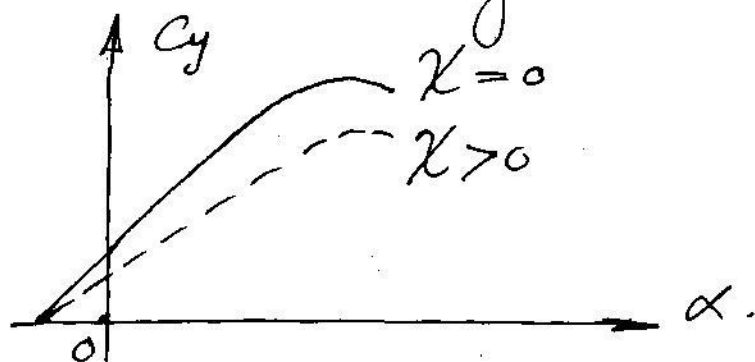
Угол отклонения закрылков:



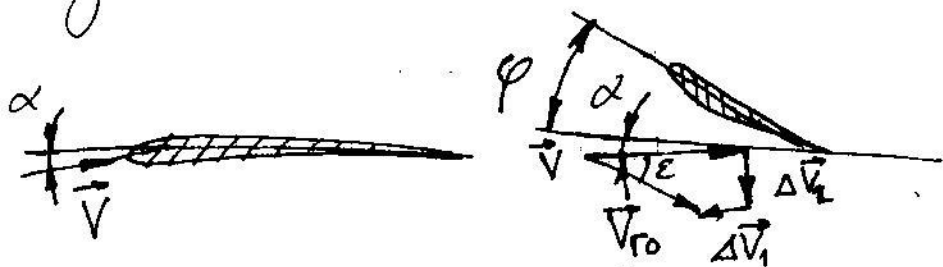
влияет на C_y :



Форма крыла также влияет на C_y :



Рассмотрим фальс горизонт.
оперение, уст. под нек-рым
углом φ .



Оперение, во-первых, находится
в заторможенном потоке;
во-вторых, отбрасывает часть
потока вниз, так что

$$\vec{V}_{G0} = \vec{V} + \Delta \vec{V}_1 + \Delta \vec{V}_2.$$

Угол $\epsilon = \angle(\vec{V}, \vec{V}_{G0})$ наз.
углом схода потока.

Если записать

$$Y_{G0} = c_{Y_{G0}} \cdot \frac{\rho V_{G0}^2}{2} \cdot S_{G0},$$

$$c_{Y_{G0}} = c_{Y_{G0}}^{\alpha_{G0}} \cdot \alpha_{G0}, \quad \text{то}$$

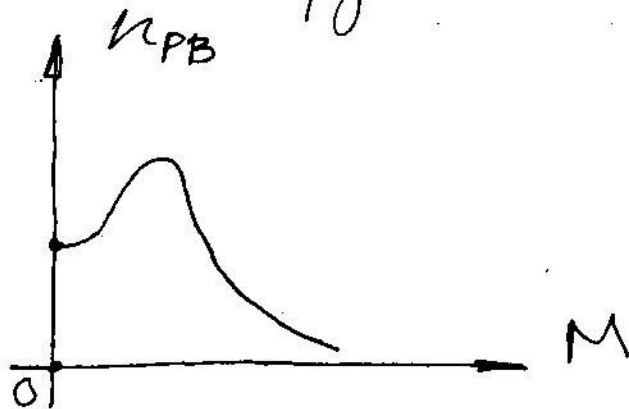
$$\alpha_{го} = \alpha + \varphi - \varepsilon \dots$$

Коэффициент торможения
опр. коэфф. $K_{го} = \frac{V_{го}^2}{V^2}$

Тогда

$$Y_{го} = K_{го} \cdot C_{yго} \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot S_{го}$$

Поскольку отклонение функции высоты на угол δ_{PB} уменьшает под'емную силу, то вместо $\alpha_{го}$ использовать величину $\alpha_{го} \pm n_{PB} \delta_{PB}$ где n_{PB} — т.н. эффектив-ность функции высоты:



Сжатие ПРВ на сверхзвуковых скоростях связано с тем, что возмущения, создаваемые фюзеляжем, "не успевают" за ЛА.

2) Сила лобового сопротивления

$$X = c_x \cdot \frac{\rho_B V_\infty^2}{2} S \equiv X(c_x, H, V);$$

коэфф. лобового сопр.

$$c_x = c_{x\text{ир}} + c_{x\text{инд}} + c_{x\text{волн}},$$

где

$c_{x\text{ир}}$ - профильная,

$c_{x\text{инд}}$ - индуктивная,

$c_{x\text{волн}}$ - волновая

составляющие.

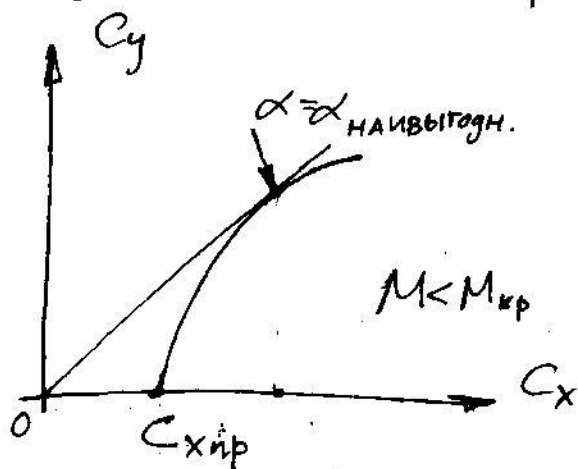
Профильное сопротивление
опред. давлением набегающего потока и трением вследствие вязкости воз-

духа и шероховатости профилей.

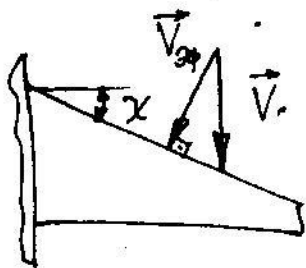
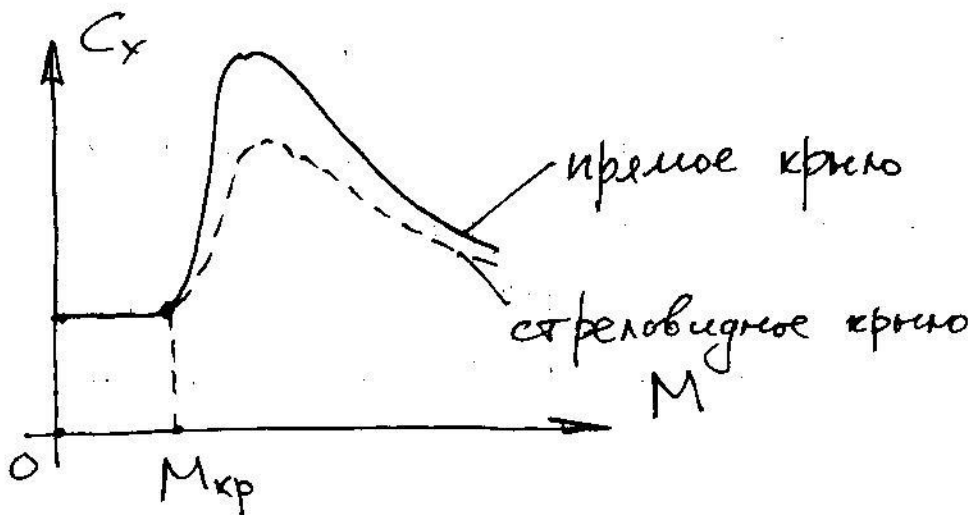
Индуктивное сопротивление — нежелательное паразитное явление, сопровождающее возникновение под'емной силы:

$$C_{\text{инд}} = \frac{C_y^2}{\pi \lambda}.$$

Валовое сопротивление возникает при $M > M_{\text{кр}}$.



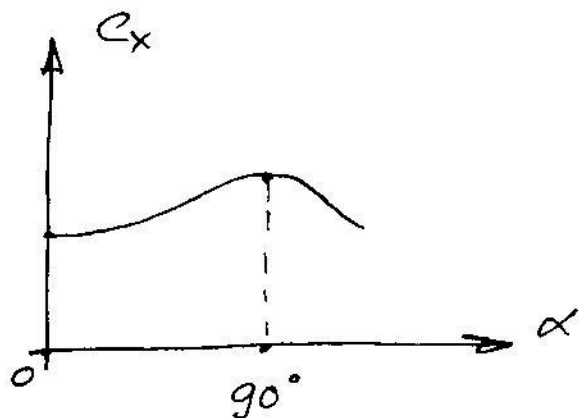
и связано с необходимостью "защита" ударной волны



Смещение сопротивления
при $M > M_{кр}$ для стре-
ловидного крыла вызва-
но тем, что на сопро-
тивление влияет не са-
ма скорость V , а её
эффективная составляющая
 $V_{эф} = V \cos \chi$, к-рая умень-

изменяется с углом χ .

$$\text{т.о., } c_x = c_x(c_y, M, \alpha, \chi)$$



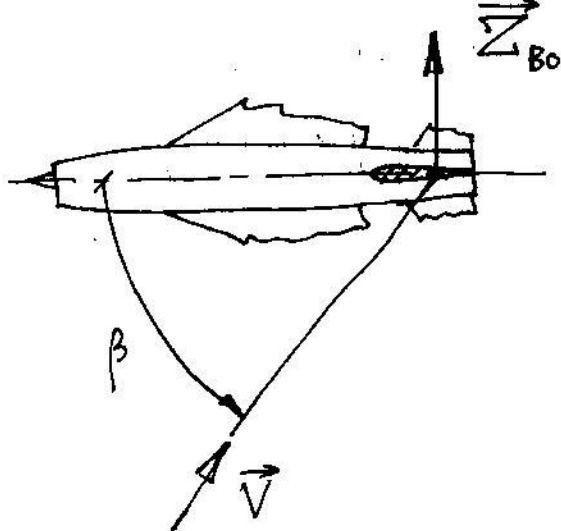
3) Боковая сила

$$Z = c_z \frac{\rho_B V_\infty^2}{2} S = Z(c_z, H, V);$$

коэфф. боковой силы

$$c_z = c_z(\beta, M, \delta_{PH}).$$

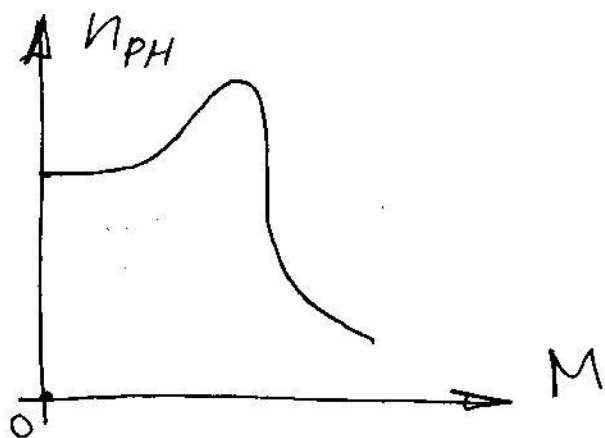
Для возникновения Z необход.,
чтобы $\beta \neq 0$ или-ть OXY
не была не-то симметрич.



Можно считать, что все боковая сила создается верт. оперетием:

$$\Sigma_{Bo} = K_{го} \cdot C_{\Sigma_{Bo}}^{\beta} \beta \frac{\rho_B V^2}{2} S.$$

Поскольку есть угол направления, то V_{β} заменяется на $\beta \pm \eta_{PH} \cdot \delta_{PH}$, где η_{PH} - т.н. эффективность угла направления

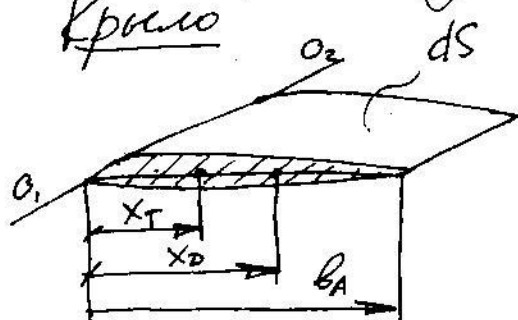


4) Аэр. момент тангажа M_{RZ}

$$M_{RZ} = m_z \frac{\rho_B V_\infty^2}{2} S b_A = M_{RZ}(m_z, H, V)$$

Рассмотрим уст. форму:

Крыло



$$\begin{aligned} dM_{RZ}^{np} &= -dY \cdot (x_D - x_T) \\ &= -c_y \frac{\rho_B V^2}{2} dS \cdot (x_D - x_T). \end{aligned}$$

Из сопостав-
ления с общей формулой
видно, что

$$m_z^{np} b_A = -c_y (x_D - x_T)$$

или

$$m_z^{np} = -c_y \cdot (\bar{X}_D - \bar{X}_T)$$

Кэфф. момента отн. к O, O_2

$$m_{0,0_2}^{np} = m_{z0}^{np} + \frac{\partial m_{0,0_2}^{np}}{\partial c_y} \cdot c_y =$$

$$= -c_y \cdot \bar{X}_D,$$

откуда

$$\bar{X}_D = -\frac{m_{z0}^{np}}{c_y} - \frac{\partial m_{0,0_2}^{np}}{\partial c_y}$$

и далее

$$m_z^{np} = m_{z0}^{np} - \left(-\frac{\partial m_{0,0_2}^{np}}{\partial c_y} - \bar{X}_T \right) c_y$$

Выберем т. н. фокус $\bar{X}_F$ в координатах $\bar{X}_F = -\frac{\partial m_{0,0_2}^{np}}{\partial c_y}$.

Тогда

$$m_z^{np} = m_{z0}^{np} - (\bar{X}_F - \bar{X}_T) \cdot c_y;$$

$$m_{0,0_2}^{np} = m_{z0}^{np} - \bar{X}_F \cdot c_y$$

Если положить $\bar{X}_T = \bar{X}_F$,

то M_z^{np} не зависит от α ,
что можно считать определением фокуса.

Пусть при уменьшении угла атаки с α на $\alpha + \Delta\alpha$ коэфф. под'емной силы уменьшится с c_y на $c_y + \Delta c_y$. Тогда

$$\begin{aligned} m_{0,0_2}^{np} + \Delta m_{0,0_2}^{np} &= \\ &= m_{20}^{np} - \bar{X}_F (c_y + \Delta c_y) ; \\ \Delta m_{0,0_2}^{np} &= -\bar{X}_F \cdot \Delta c_y . \end{aligned}$$

Т.о., фокус — такая точка, к к-рой приложено приращение под'емной силы при уменьшении угла атаки.

Закрепки

Отношение закрепков сводится к смещению фокуса

Проземит и двигателя
аммианот фокус на
 $\Delta \bar{X}_F^{\Phi 103,98} = 0,04 \div 0,06$.

Есеи где всео ЛА

$\bar{X}_F = \bar{X}_T$,
то говорит о нейтр. центровке.

Гор. оперение

Без гор. оперение

$$m_{Z_{\delta \Gamma 0}} = m_Z^{KP} + m_Z^{Закр} + m_Z^{\Phi 103} + m_Z^{98}$$

В гор. полёте

$$M_{Z_{\delta \Gamma 0}} = m_{Z_{\delta \Gamma 0}} \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S \delta_A = 0;$$

$$m_{Z_{\delta \Gamma 0}} = m_{Z_{0 \delta \Gamma 0}} (\bar{X}_{F_{\delta \Gamma 0}} - \bar{X}_{T_{\delta \Gamma 0}}) \cdot c_y = 0,$$

откуда

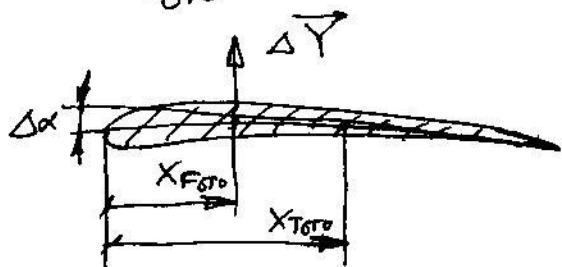
$$\bar{X}_{T_{\delta \Gamma 0}} = - \frac{m_{Z_{0 \delta \Gamma 0}}}{c_y} + \bar{X}_{F_{\delta \Gamma 0}}$$

Оказывается, что

$$m_{\text{зобто}} < 0$$

и тогда

$$\bar{X}_{\text{Тот}} > \bar{X}_{\text{Фот}}.$$



При возникновении $\Delta\alpha$ увеличение подъемной силы $\Delta Y = c_y \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S \Delta\alpha$

будет увеличивать $\Delta\alpha$.

Вывод: ЛА без горизонтального оперения неустойчив в потоке, т.е. любое случайное изменение угла атаки возрастает до опрокидывания. Вводятся гор. оперение, компенсирующее продольное

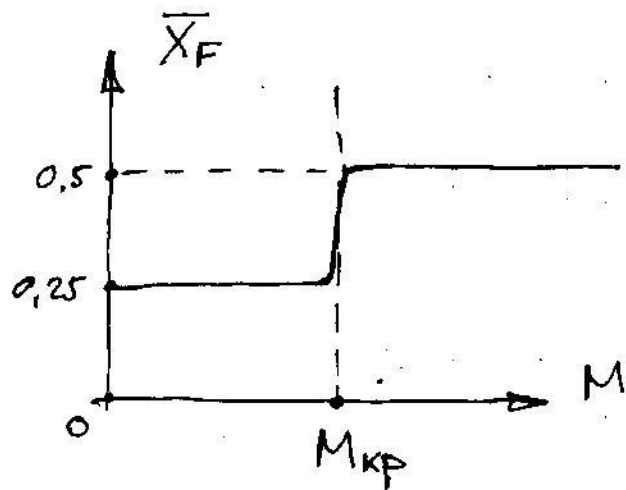
на большом плече L_D и управляющее этим моментом.

При этом

$$m_Z = m_{Z_{до}} \pm m_{Z_{го}} = 0,$$

$$m_{Z_{го}} = \mp m_{Z_{до}}.$$

Верхний знак соотв. схеме "утка", нижний — классич. схеме.

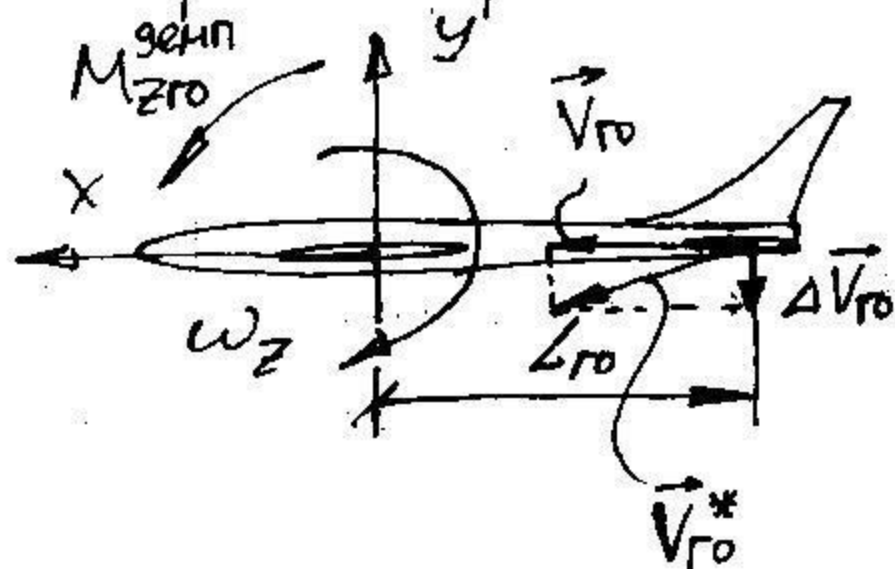


На сверхзвуковой скорости фокус смещается назад, ЛА становится более устойчивым и менее маневренным.

Теперь рассмотрим вращение ЛА с $\omega_z = \text{const}$.

Велифурющий момент.

Гор. оперение



$$\Delta V_{го} = \omega_z L_{го}$$

Как правило, ω_z мало и $V_{го}^* = V_{го}$, однако нужно учитывать доп. угол атаки

$$\Delta \alpha_{го} = \arctg \frac{\Delta V_{го}}{V_{го}} \approx \frac{\Delta V_{го}}{V_{го}} = \frac{\omega_z L_{го}}{\sqrt{K_{го}} \cdot V}$$

и гон. пог'еленную силу
 гон. опреленна

$$\Delta Y_{го} = C_{yго} \frac{\rho_B V^2}{2} K_{го} S_{го} \Delta \alpha_{го}.$$

Эта гон. сила порождает гон.
 момент тангажа

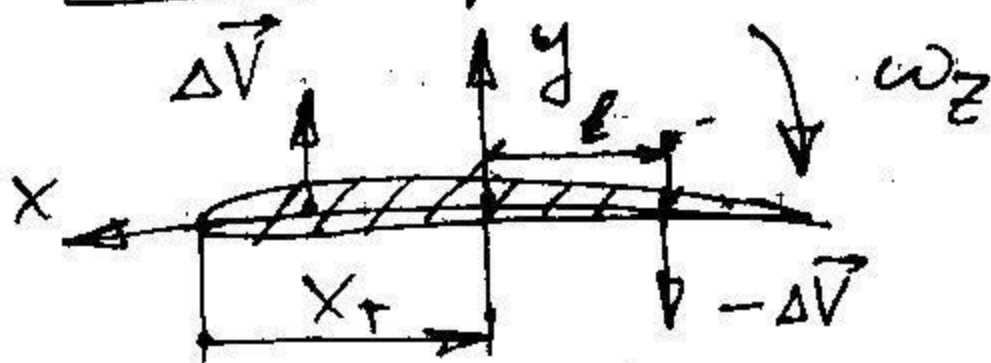
$$M_{zго}^{генп} = - \Delta Y_{го} \cdot L_{го} =$$

$$= - C_{yго} \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} K_{го}^{1/2} S_{го} L_{го} \cdot \frac{\omega_z L_{го}}{\sqrt{K_{го}}} =$$

$$= - C_{yго} \frac{\rho_B V}{2} \sqrt{K_{го}} S_{го} L_{го}^2 \cdot \omega_z$$

Момент пропорционален ω_z
 и направлен противоположно
 вращению.

Демпф. момент. Криво



Момент ничтожно мал,
 ибо $l^2 \ll L_{го}^2$.

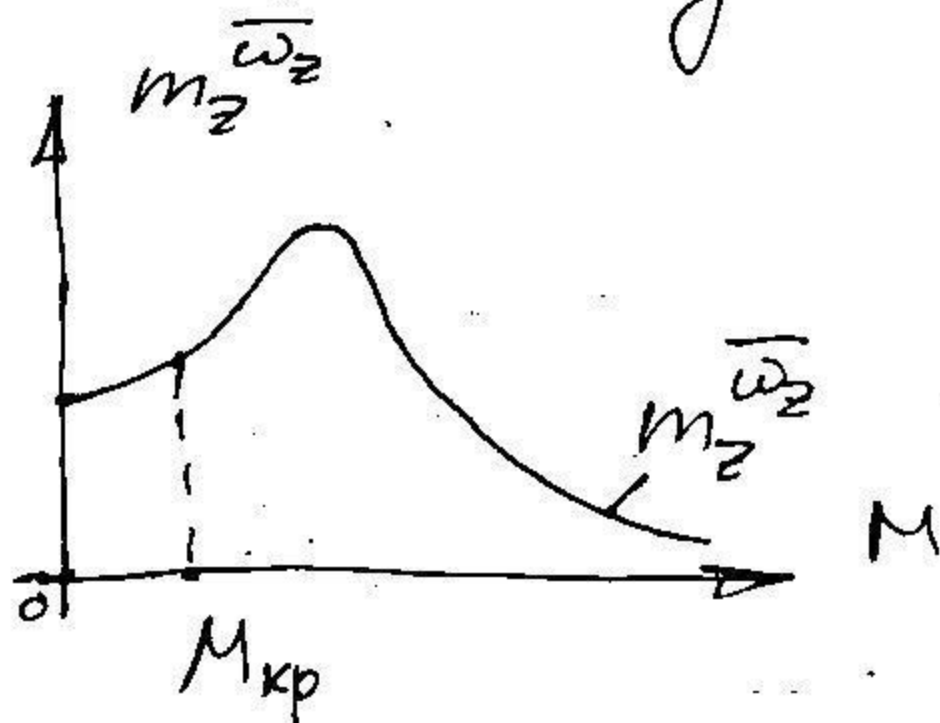
Демпф. момент можно за-
писать в виде

$$M_{\text{демп}} = m_z \bar{\omega}_z \cdot \frac{\rho_B V}{2} S b_A^2 \omega_z,$$

где

$$\bar{\omega}_z = \frac{\omega_z b_A}{V};$$

$$m_z \bar{\omega}_z = -C_{y\Gamma 0} \frac{S_{\Gamma 0} L_{\Gamma 0}^2}{S b_A^2} \cdot \sqrt{K_{\Gamma 0}}.$$



Демпф. момент. Запирывание
скака потока у гор. оперения
Скошенный поток достигает
гор. оперения с запирыва-
нием $\tau \approx \frac{L_{\Gamma 0}}{V_{\Gamma 0}} = \frac{L_{\Gamma 0}}{\sqrt{K_{\Gamma 0}} \cdot V}$

Угол сноса потока

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \cdot \alpha$$

При $\varepsilon_0 \approx 0$ и полагая $D = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$
получим

$$\varepsilon \approx D \alpha = D \alpha \Delta \alpha$$

Из-за запаздывания в
возвратении

$$\alpha_{го} = \alpha + \varphi - \varepsilon \pm \mu_{PB} \delta_{PB}$$

величина ε будет мень-
шей (что создает гон.
демпф. момент), на

$$\Delta \varepsilon = D \alpha \cdot \Delta \alpha$$

Действительно, $\Delta \varepsilon$ вызовет
гон. погасительную силу

$$\begin{aligned} \Delta Y_{го} &= \left(\sqrt{K_{го}} \right)^2 \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S_{го} \frac{L_{го}}{\sqrt{K_{го}} \cdot X} \cdot \dot{\alpha} = \\ &= \sqrt{K_{го}} \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S_{го} L_{го} \dot{\alpha} \end{aligned}$$

и гон. момент

$$\Delta M_{RZ} \dot{\alpha} = -\Delta Y_{r0} L_{r0} =$$

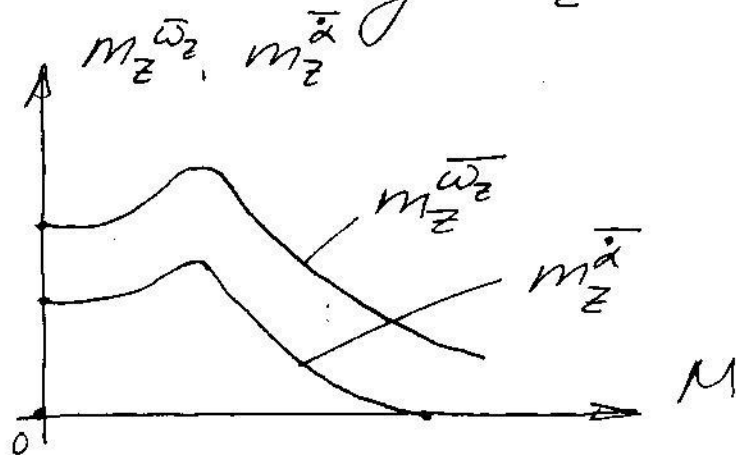
$$= -m_z^{\bar{\alpha}} \frac{\rho_B V}{2} S b_A^2 \dot{\alpha},$$

где

$$\bar{\alpha} = \frac{\dot{\alpha} b_A}{V},$$

$$m_z^{\bar{\alpha}} = D c_y \sqrt{k_{r0}} \frac{S r_0 L_{r0}^2}{S b_A^2} \approx$$

$$\approx D c_y^{\alpha} m_z^{\bar{\omega}_z}.$$



и т.д.,

$$m_z = m_z(c_y, \alpha, \delta_{закр}, \varphi, \delta_{PB}, M, \omega_z, \dot{\alpha}).$$

5). Аэродин. моменты крена M_{Rx}
и ресскатини M_{Ry}

$$M_{Rx} = m_x \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S l = M_{Rx}(m_x, H, V),$$

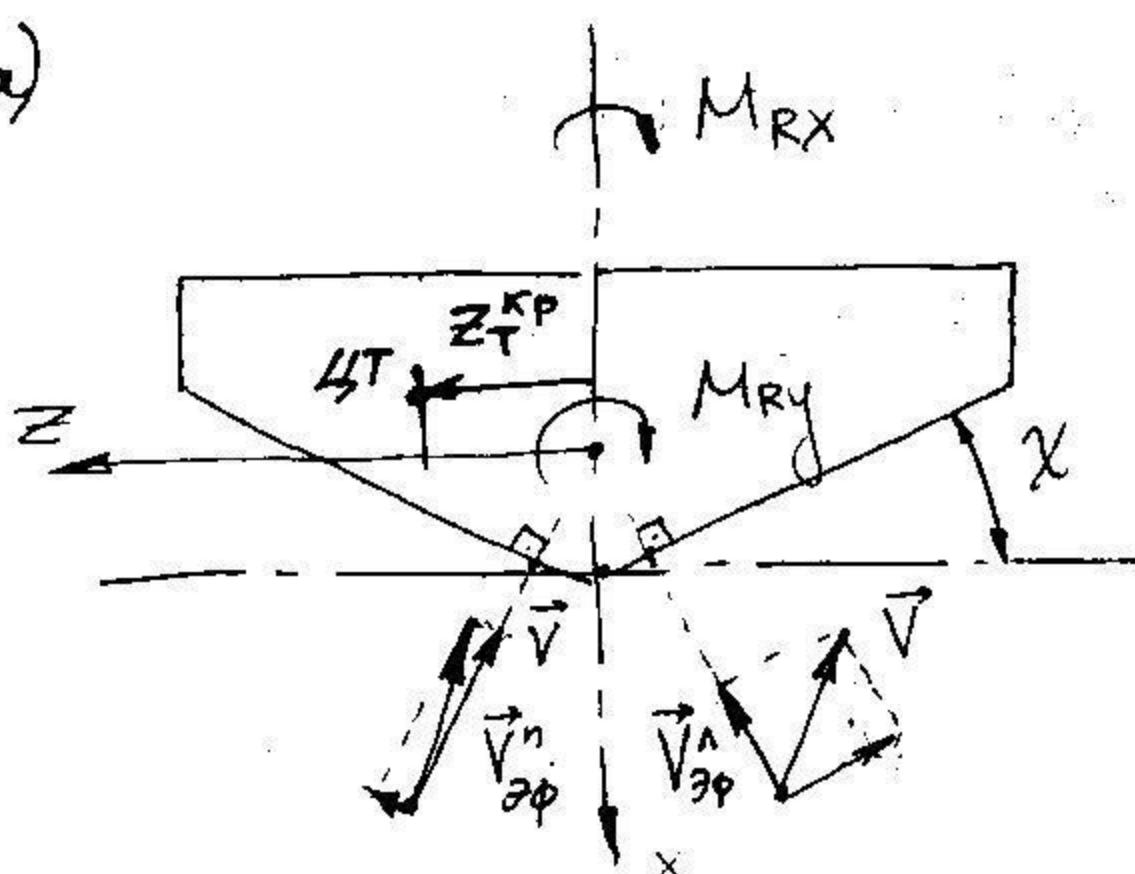
$$M_{Ry} = m_y \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S l = M_{Ry}(m_y, H, V).$$

Рассмотрим уст. режим.

Криво

Боковая аэр. сила возникает
либо при $\beta \neq 0$, либо при $\alpha_H \neq 0$
Для возникновения моментов
крена и ресскатини необ-
ходимо также, чтобы было
либо а) $\chi \neq 0$, либо б) $\varphi_0 \neq 0$

a)



$$\begin{cases} V_{\partial\phi}^n = V \cos(\chi - \beta); \\ V_{\partial\phi}^{\wedge} = V \cos(\chi + \beta); \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{\partial\phi}^n > V_{\partial\phi}^{\wedge}; \\ |\vec{Y}^n| > |\vec{Y}^{\wedge}|, \quad |\vec{X}^n| > |\vec{X}^{\wedge}| \end{cases}$$

$$V_{\partial\phi}^n > V_{\partial\phi}^{\wedge};$$

$$|\vec{Y}^n| > |\vec{Y}^{\wedge}|, \quad |\vec{X}^n| > |\vec{X}^{\wedge}|$$

Разность аэродин. сил по-
фондает моменты

M_{Ry} и M_{Rx} .

Т.о., стреловидное крыло стре-
мится установиться по потоку.

$$(m_x)_\chi \approx -\frac{1}{2} c_y \bar{z}_{\text{ст}} \cdot \sin \chi,$$

$$(m_y)_\chi \approx a_1 \cdot c_y^2 \cdot \bar{z}_{\text{ст}} \cdot \operatorname{tg} \chi,$$

где

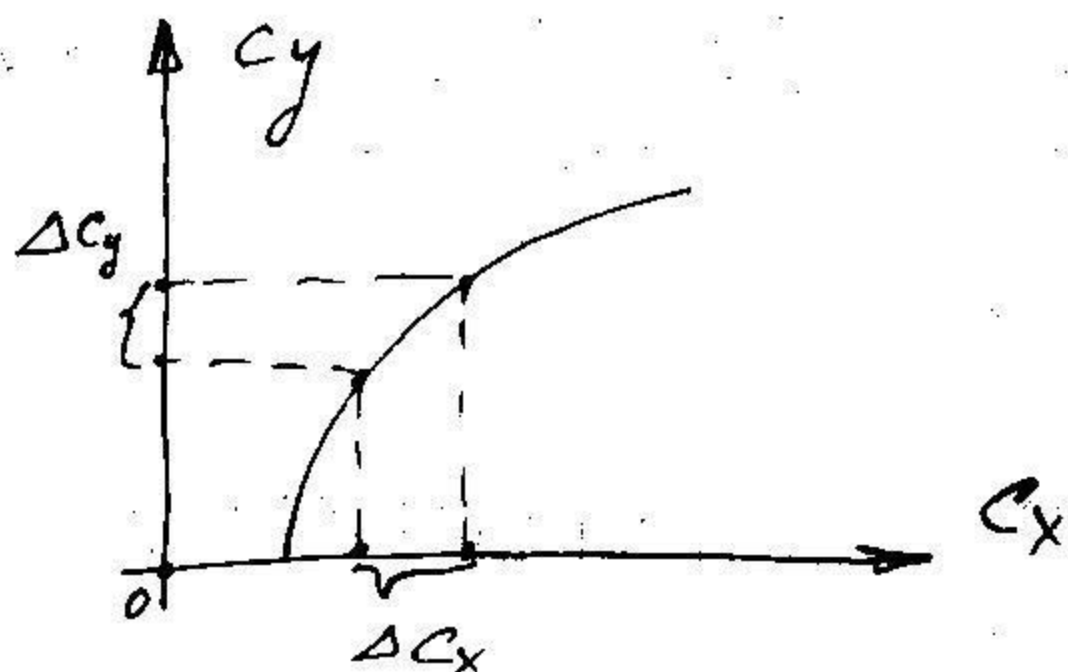
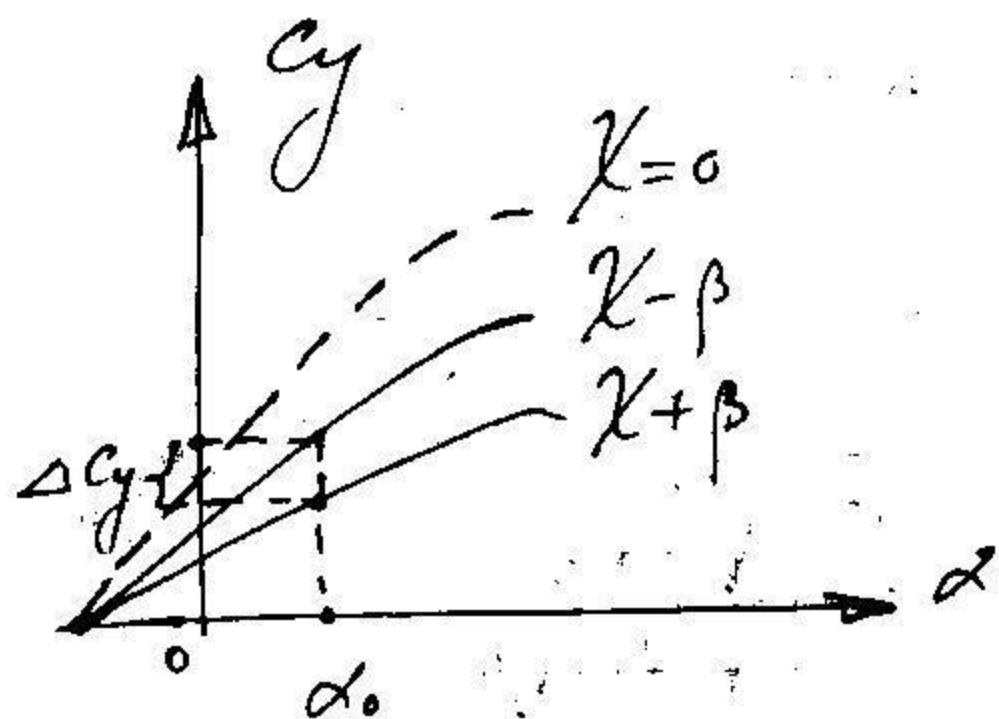
$$\bar{z}_{\text{ст}} = \frac{z_{\text{т}}^{\text{кр}}}{l/2},$$

a_1 - нек-рый коэфф.

Можно рассматривать не эф. скорости, а эф. углы стреловидности

$$\chi_{\text{эф}}^{\text{н}} = \chi - \beta \quad \text{и} \quad \chi_{\text{эф}}^{\text{л}} = \chi + \beta,$$

отсчитываемые от перпендикуляра к потоку.

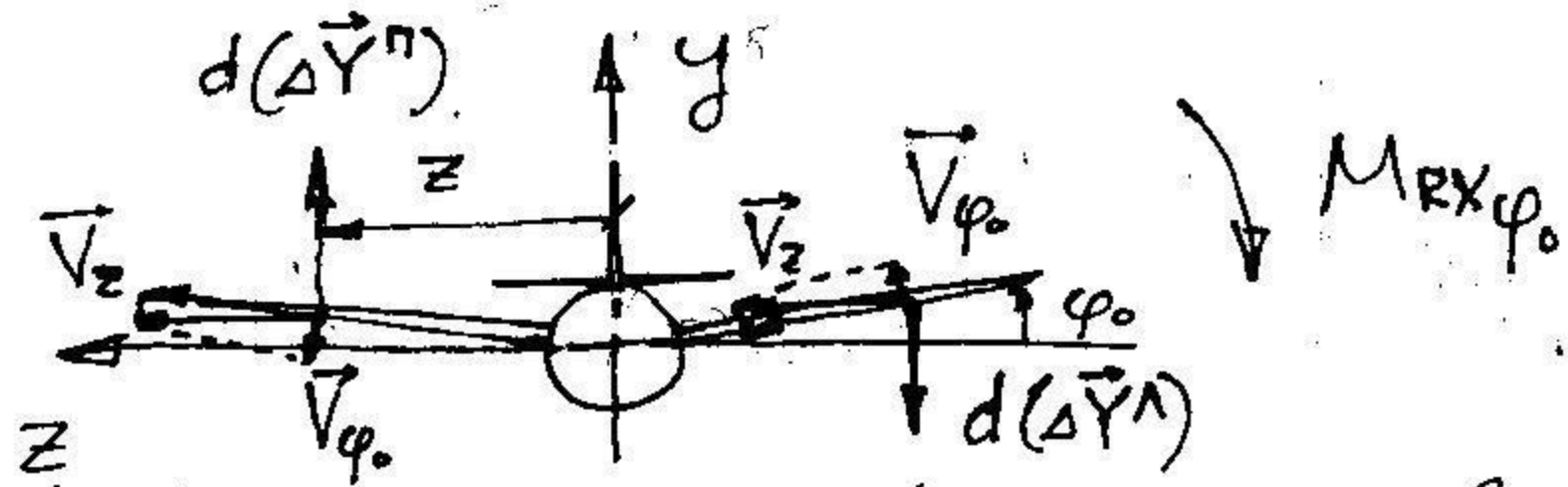


Разности Δc_y и $\Delta c_x \sim \Delta c_y^2$
и создают моменты

M_{Py} и M_{Px} .

Кривообр. стреловидности
обладает противоположным
св-вом: момент

Фиксация поворачивает
крыло от направления
потока, что плохо.



б) при $\varphi_0 \neq 0$, $\beta \neq 0$ существует составляющая скорости

$$V_z = V \sin \beta,$$

а у нее - составляющая V_{ϕ_0} ,
1-ная криволинейная :

$$\vec{V}_{\varphi_0} = V_z \sin \varphi_0 = V \sin \beta \sin \varphi_0 \approx V \beta \varphi_0$$

Можно сказать, что ско-
рости

$$\vec{V}^* = \vec{V} + \vec{V}_{\varphi_0}$$

но величине мало отличаются от V , однако возникает доп. угол атаки $\Delta\alpha$, так что

$$\alpha^n = \alpha_0 + \Delta\alpha, \quad \alpha^1 = \alpha_0 - \Delta\alpha;$$

$$\Delta\alpha = \arctg \cdot \frac{V_{\varphi_0}}{V} \approx \varphi_0 \beta.$$

Доп. угол атаки вызывает доп. подъемную силу

$$\begin{aligned} d(\Delta Y^n) &= c_y^\alpha \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} b_A \cdot \Delta\alpha \cdot dz = \\ &= c_y^\alpha \frac{\rho_B V^2}{2} b_A \varphi_0 \beta dz; \end{aligned}$$

$$d(\Delta Y^1) = -d(\Delta Y^n).$$

и доп. силу лобового сопротивления

$$d(\Delta X^n) = K c_x^\alpha \frac{\rho_B V^2}{2} b_A \varphi_0 \beta dz;$$

$$d(\Delta X^1) = -d(\Delta X^n)$$

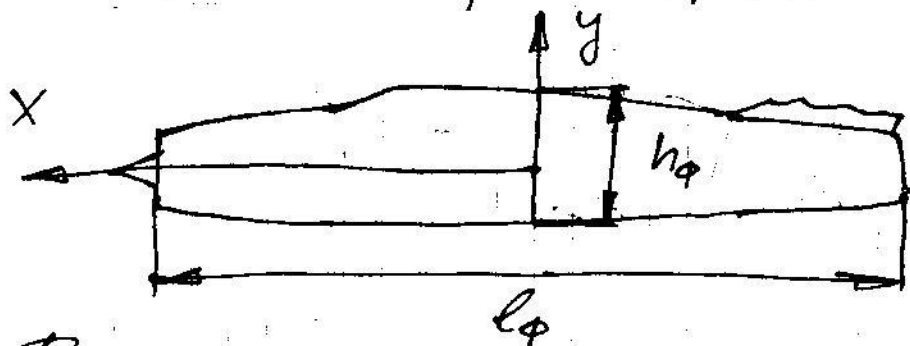
и, следовательно, моменты, для которых

$$(m_x^\beta)_{\varphi_0} = -\frac{1}{2} m_x^\beta \bar{z}_\alpha \cdot \varphi_0 \cdot \cos \chi;$$

$$(m_y^\beta)_{\varphi_0} = -K^* m_y^\beta \bar{z}_\alpha \cdot \varphi_0 \cdot \cos^2 \chi.$$

Т.е., даже прямое крыло с поперечной V-образностью устанавливается по потоку.

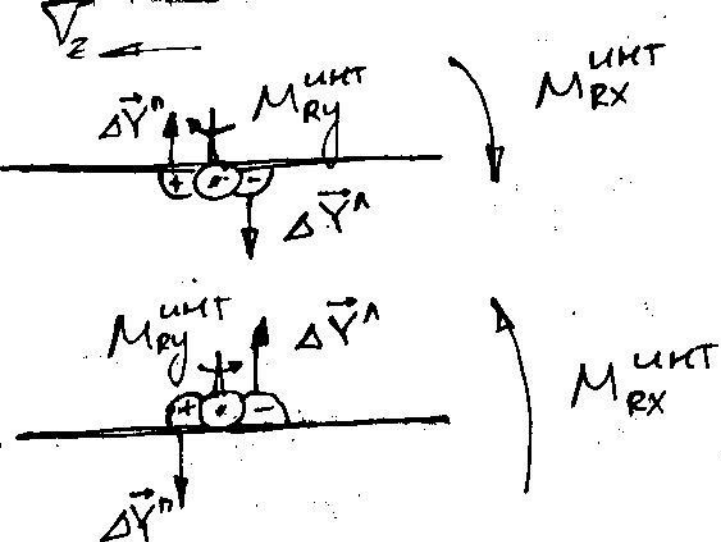
Фюзеляж. Крыло-фюзеляж



Возникает момент с коэфф.

$$m_y^\varphi \approx K_1 \frac{h_\phi l_\phi^2}{S l} > 0,$$

приводящий к крутовой неустойчивости.



Сочетание криво-фюзележ
создает моменты взаимно-
влияния (интерференции)
с

$$m_x^{\text{инт}} \approx K_{\text{инт}} \frac{\hbar^2 \nu_{\text{корн}}}{5\ell},$$

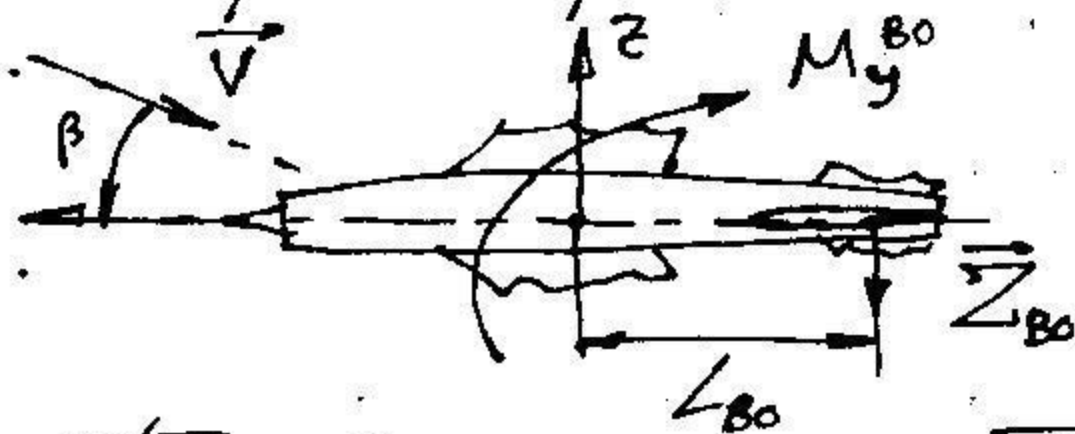
где

$K_{\text{инт}} \approx -1,3$ для верхнего ланка;

$K_{\text{инт}} \approx -0,1$ для среднего ланка;

$K_{\text{инт}} \approx 1,2$ для нижнего ланка.

Верт. оперение



Боковая сила $\vec{Z}_{Bo}$ создаёт большой момент M_y^{Bo} , устр. наводимый ЛА по потоку, в птм и состоит силея верт. оперение.

$$Z_{Bo} = K_{\Gamma 0} C_z^\beta \frac{\rho_0 V^2}{2} S_{Bo} \beta ;$$

$$M_y^{Bo} = - Z_{Bo} \cdot L_{Bo} =$$
$$= - K_{\Gamma 0} C_z^\beta \frac{\rho_0 V^2}{2} S_{Bo} L_{Bo} \beta ,$$

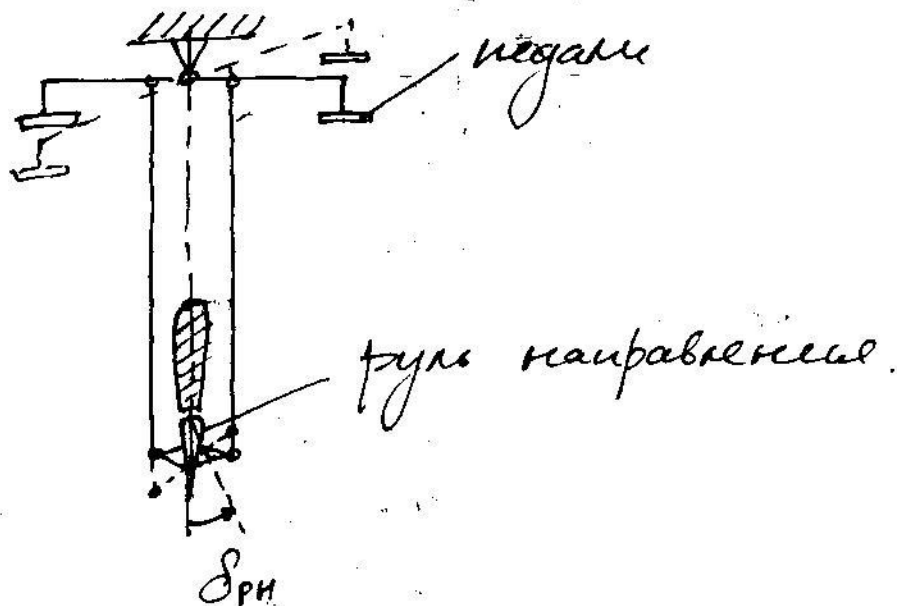
так что

$$m_{y_{Bo}}^\beta = - K_{\Gamma 0} C_z^\beta A_{Bo} ,$$

где

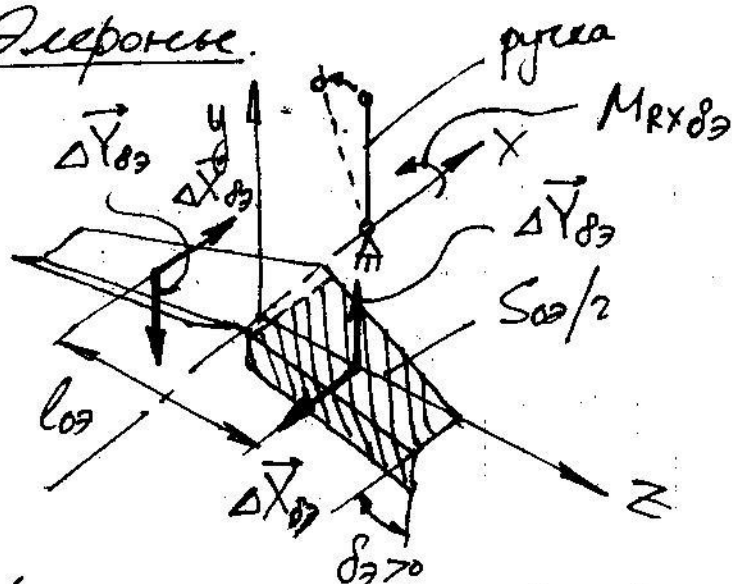
$$A_{Bo} = \frac{S_{Bo} L_{Bo}}{S l}$$

Если точка приложения $\vec{\Sigma}^{Bo}$ смещена по вертикали от оси, то возникает и момент крета $\vec{M}_x^{Bo}$



При отклонении руля на-
правления вместо c_z^β нужно
использовать
 $c_z^\beta \pm \kappa_{PH} \delta_{PH}$.

Элероны.



Индекс "02" означает "обесцугивающий элероны".

Пара доп. сил ΔY_{δ_3} создает момент крена. Именно,

$$\Delta Y_{\delta_3} = K_3 c_y \frac{\rho_b V^2}{2} S_{02} n_3 \delta_3,$$

$$M_{Rx\delta_3} = -\Delta Y_{\delta_3} l_{03}.$$

Поскольку угол атаки, шендельный элероны, вылет не только на подъемную силу, но и

на силу лобового сопротив-
ления, то порождается добав-
ки ΔX_{δ_2} и их момент

$$M_{\gamma\delta_2} = - \Delta X_{\delta_2} l_{\delta_2}.$$

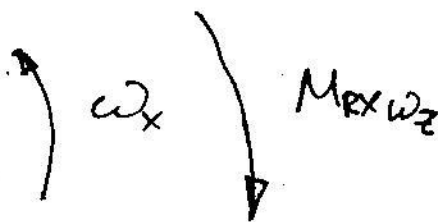
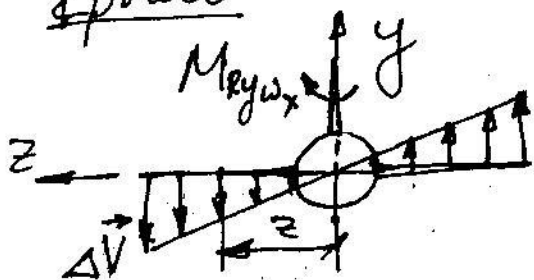
Для мо комплексами соз-
даны дифф. элероны, для к-рых
 $\delta_2^{\text{вверх}} > \delta_2^{\text{вниз}}$

Эффективность элеронов на-
дает с увеличением угла
атаки. Поэтому вводит
дифф. (отклоняемые в про-
тивоположн.) рули высоты,
работающие как элероны.

Однако эти рули "скручи-
вают" фюзеляж, поэтому
исп. интерцепторы

Теперь рассмотрим вращение
ЛА со скоростью $\omega_x = \text{const}$.

Кроме



$$\Delta V = \omega_x z.$$

Можно считать, что абс.
скорости точек крыла

$$\vec{V}^* = \vec{V} + \Delta \vec{V}$$

мало отличаются от V , но
появится отклонение $\pm \Delta \alpha$
угла атаки:

$$\Delta \alpha = \arctg \frac{\Delta V}{V} \approx \frac{\Delta V}{V} = \frac{\omega_x z}{V},$$

отклонение подъемной
силы

$$d(\Delta Y) = +C_y \alpha \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} b_A \Delta \alpha \cdot dz$$

и их моменты

$$dM_{Rx\omega_x} = -d(\Delta Y) \cdot z = \\ = z \cdot c_y^\alpha \cdot \frac{\rho_B V}{2} \omega_x z^2 dz ;$$

$$M_{Rx\omega_x} = \int_0^{M_{Rx\omega_x}} dM_{Rx\omega_x} = \\ = c_y^\alpha \cdot \rho_B V \omega_x \frac{(\ell/2)^3}{3} \omega_x$$

или, в стандартной форме,

$$M_{Rx\omega_x} = -m_x \bar{\omega}_x \frac{\rho_B V}{4} S \ell^2 \omega_x.$$

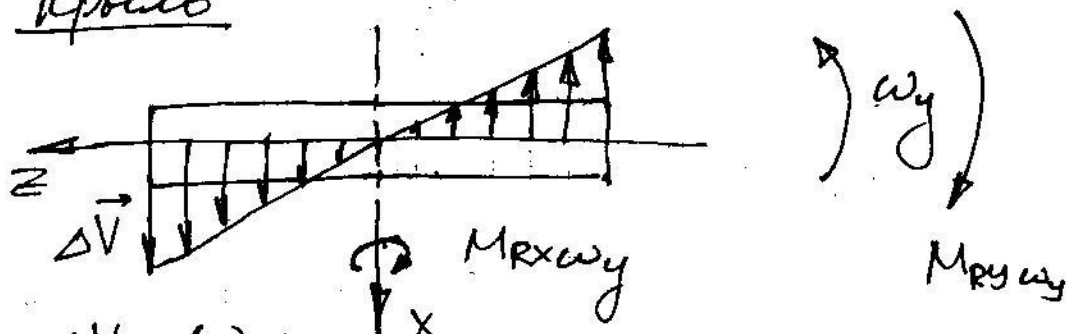
Есть, как и в предыдущем случае, соответствующий момент для сил лобового сопротивления

$$M_{Ry\omega_x} = -m_y \bar{\omega}_x \frac{\rho_B V}{4} S \ell^2 \omega_x ,$$

где $\bar{\omega}_x = \frac{\omega_x \cdot \ell/2}{V}$.

Рассмотрим вращение ЛА
со скоростью $\omega_y = \text{const}$.

Крыло



$$\Delta V = \omega_y z;$$

$$V_{\partial\phi}^n = V + \Delta V; \quad V_{\partial\phi}^{\wedge} - \Delta V$$

Из-за увеличения величин
скорости увеличиваются под'
ъемная сила и сила по-
добного сопротивления:

$$|\vec{Y}^n| > |\vec{Y}^{\wedge}|;$$

$$|\vec{X}^n| > |\vec{X}^{\wedge}|,$$

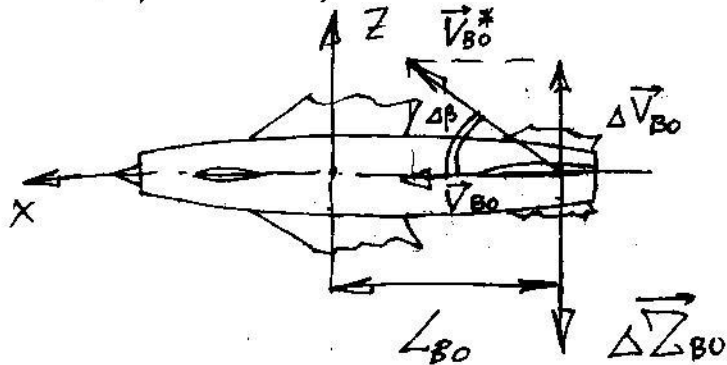
что порождает моменты

$$M_{Ex\omega_y} = -\left(m_x^{\omega_y}\right)_{кр} \frac{\rho_B V}{4} 5l^2 \omega_y ;$$

$$M_{Ry\omega_y} = -\left(m_y^{\omega_y}\right)_{кр} \frac{\rho_B V}{4} 5l^2 \omega_y .$$

$$\eta_{ge} = \frac{\omega_y \cdot l/2}{V} .$$

Верт. оперение



$$M_{Ry\omega_y}$$

$$\Delta V_{B0} = \omega_y \cdot L_{B0}$$

Можно считать, что абс. скорость точек вертикального оперения

$$\vec{V}_{B0}^* = \vec{V}_{B0} + \Delta \vec{V}_{B0}$$

мало отличается от V_{B0} , но появляется угол скольжения

$$\Delta\beta = \arctg \frac{\Delta V_{Bo}}{V_{Bo}} \approx \frac{\Delta V_{Bo}}{V_{Bo}} = \frac{\omega_y L_{Bo}}{\sqrt{K_{ro}} V}$$

Возникает боковая сила

$$\begin{aligned} \Delta Z_{Bo} &= c_z^\beta \cdot K_{ro} \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S_{Bo} \Delta\beta = \\ &= c_z^\beta \sqrt{K_{ro}} \frac{\rho_B V}{2} S_{Bo} L_{Bo} \omega_y \end{aligned}$$

и её момент

$$\begin{aligned} M_{Ry} \omega_y &= -\Delta Z_{Bo} L_{Bo} = \\ &= -c_z^\beta \sqrt{K_{ro}} \frac{\rho_B V}{2} S_{Bo} L_{Bo}^2 \omega_y \end{aligned}$$

Суммарный момент от крыла и верт. оперения

$$M_{Ry} \omega_y = -m_y \bar{\omega}_y \frac{\rho_B V}{4} S l^2 \omega_y,$$

где

$$m_y \bar{\omega}_y = 2 c_z^\beta \sqrt{K_{ro}} \frac{S_{Bo} L_{Bo}^2}{S l} + (m_y \bar{\omega}_y)_{кр}$$

Величины

$$m_x \bar{\omega}_x, m_y \bar{\omega}_x, m_x \bar{\omega}_y, m_y \bar{\omega}_y$$

наз. вращат. произведениями.

Первые три обусловлены в основном кривизной, последняя — верт. оперением.

Таким образом,

$$m_x = m_x(\beta, M, \chi, \delta_{RH}, \delta_z, \omega_x, \omega_y);$$

$$m_y = m_y(\beta, M, \chi, \delta_{RH}, \delta_z, \omega_x, \omega_y).$$

Уточненная исходная мат.

модель движения ЛА

крылатой схемой

Ур-я движения приобретают вид:

$$\begin{cases} I_{xx} \dot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz}) \omega_y \omega_z - \\ - I_{xy} (\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) = M_{Rx}; \end{cases}$$

$$I_{yy} \dot{\omega}_y - (I_{zz} - I_{xx}) \omega_x \omega_z - I_{xy} (\dot{\omega}_x - \omega_y \omega_z) = M_{Ry};$$

$$I_{zz} \dot{\omega}_z - (I_{xx} - I_{yy}) \omega_x \omega_y - I_{xy} (\omega_x^2 - \omega_y^2) = M_{Rz} \pm P_{yp} \cos \varphi_p;$$

$$\begin{aligned} m (\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) &= \\ &= P \cos \varphi_p \left[\right. \\ &\quad - X \cos \alpha \cos \beta + \\ &\quad + Y \sin \alpha - \\ &\quad - Z \cos \alpha \sin \beta - \\ &\quad \left. - G \sin \vartheta \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m (\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z) &= \\ &= P \sin \varphi_p \left[\right. \\ &\quad + X \sin \alpha \cos \beta + \\ &\quad + Y \cos \alpha + \\ &\quad + Z \sin \alpha \sin \beta - \\ &\quad \left. - G \cos \vartheta \cos \varphi \right] \end{aligned}$$

$$\begin{cases} m(\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x) = \\ = -X \sin \beta + \\ + Z \cos \beta + \\ + G \cos \vartheta \sin \gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta; \\ \omega_y = \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma - \dot{\vartheta} \sin \gamma; \\ \omega_z = \dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{X}_c = V_x \cos X \hat{X}_g + V_y \cos Y \hat{X}_g + V_z \cos Z \hat{X}_g \\ \dot{Y}_c = \dots \\ \dot{Z}_c = \dots \end{cases}$$

Для решения этих ур-в в них нужно подставить величины

$P, M_P, X, Y, Z, M_{Rx}, M_{Ry}, M_{Rz}$

как ф-ции своих аргументов.

Ограничения на параметры движения ЛА.

① Прочностные ограничения

В конструкции не должно быть остаточных деформаций.

Перегрузка — отношение результирующей силы, действующей на ЛА, к произведению массы ЛА на ускорение свободного падения.

В результирующую силу не входят инерционные силы, гравитационные силы и силы от столкновения ЛА с наземными предметами.

$$\vec{n} = \frac{\vec{P} + \vec{R}}{mg}.$$

Спроецируем $\vec{n}$ на ось связанной СК:

$$n_x = \frac{(T \cos \varphi_p - X \cos \alpha \cos \beta + Y \sin \alpha - Z \cos \alpha \sin \beta)}{mg}$$

$$n_y = \frac{(T \sin \varphi_p + X \sin \alpha \cos \beta + Y \cos \alpha + Z \sin \alpha \sin \beta)}{mg}$$

$$-X \sin \beta + Z \cos \beta$$

$$n_z = \frac{-X \sin \beta + Z \cos \beta}{mg}$$

n_x, n_y, n_z на продольной, нормальной, поперечной перегрузкой.

В горизонт. полёте с $V = \text{const}$

$$n_x = 0; \quad n_y = 1; \quad n_z = 0.$$

Вместо n_y иногда исп.
приращение норм. перегруз-
ки

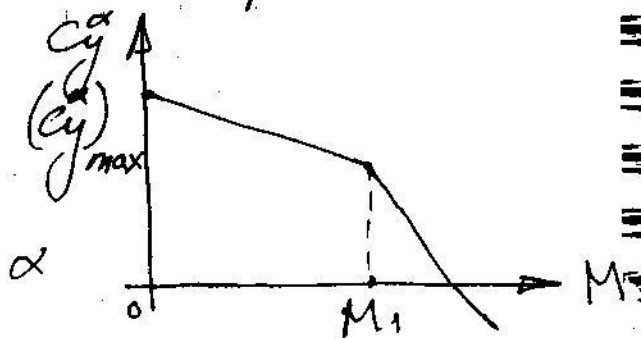
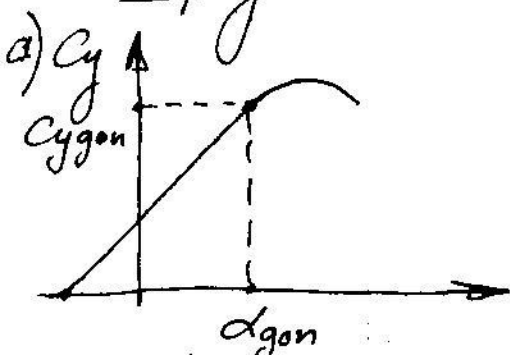
$$\Delta n_y = n_y - 1.$$

Для ЛА существует по каж-
дой его оси разрешаю-
щее значение перегрузки
 $n_{раз}$. Поэтому эксплуатаци-
онная перегрузка

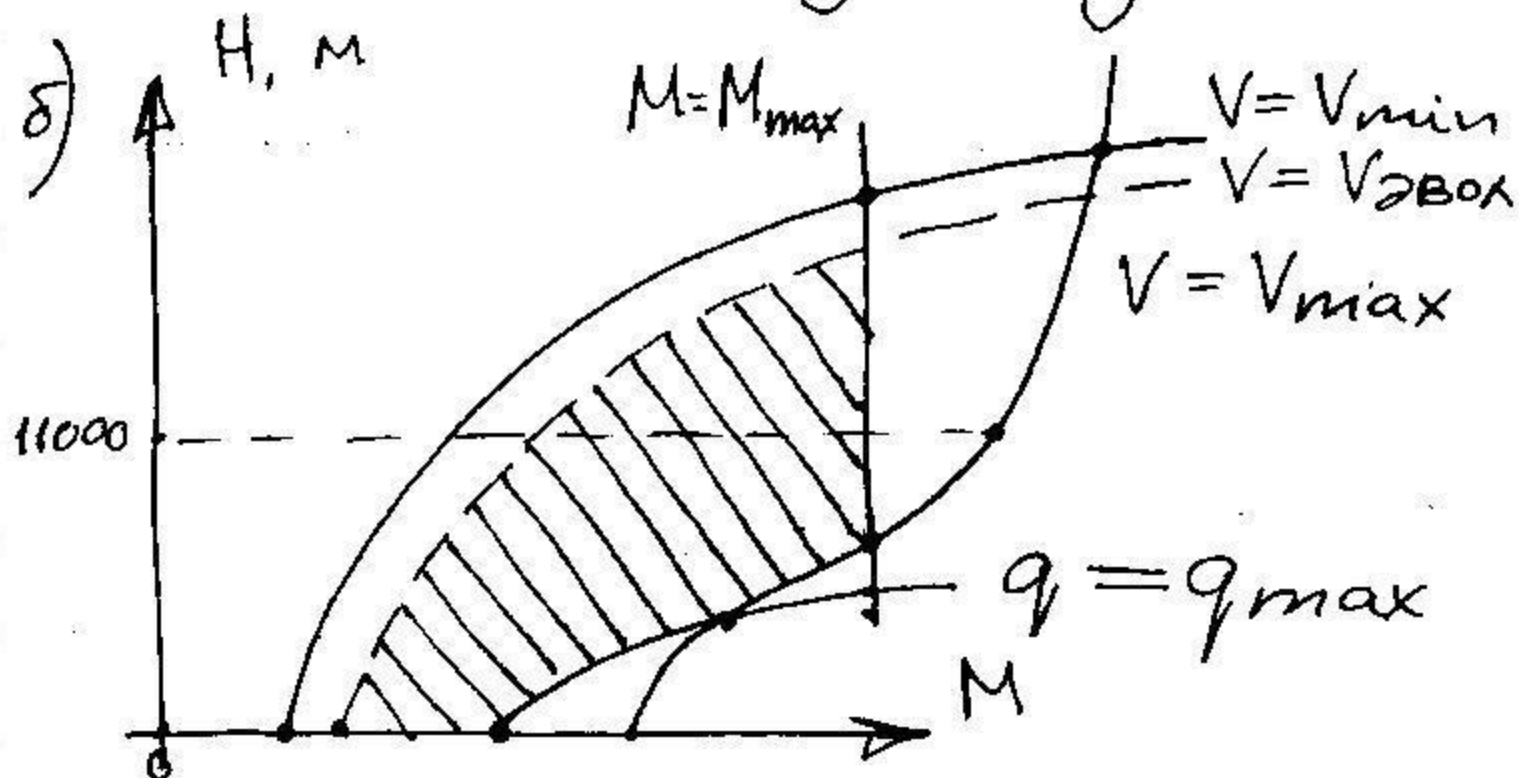
$$n \leq n_{дон} = \frac{n_{раз}}{1,5 \div 2},$$

где $n_{дон}$ — допустимая пе-
регрузка.

②. Аэродинамические ограничения



$$\alpha \leq \alpha_{gon} ; \quad C_y^\alpha \leq (C_y^\alpha)_{max}.$$



Для гор. полета необходимо $\gamma_{min} = G_{max}$, т.е.

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2G_{max}}{\rho_B S C_{y_{gon}}}},$$

а также, при $V = const$,

$$X_{max} = P, \text{ т.е.}$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2P}{\rho_B S C_x}}.$$

Кроме того, есть ограничения по скоростному напору

$$q = \frac{\rho_B V^2}{2} \leq q_{\max}$$

и по аэродинамич. напору

$$M \leq M_{\max}$$

Управление самолётом на вираже возможно без потери высоты при

$$Y_{\min}^B \cos \varphi = G_{\max}$$

$$n_y^B = \frac{Y_{\min}^B}{G} = \frac{1}{\cos \varphi} > 1$$

При $\varphi = 60^\circ$ $n_y^B = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2$.
Поэтому вместо ограни-

$$V \geq V_{\min}$$

им. более жёсткое ограни-

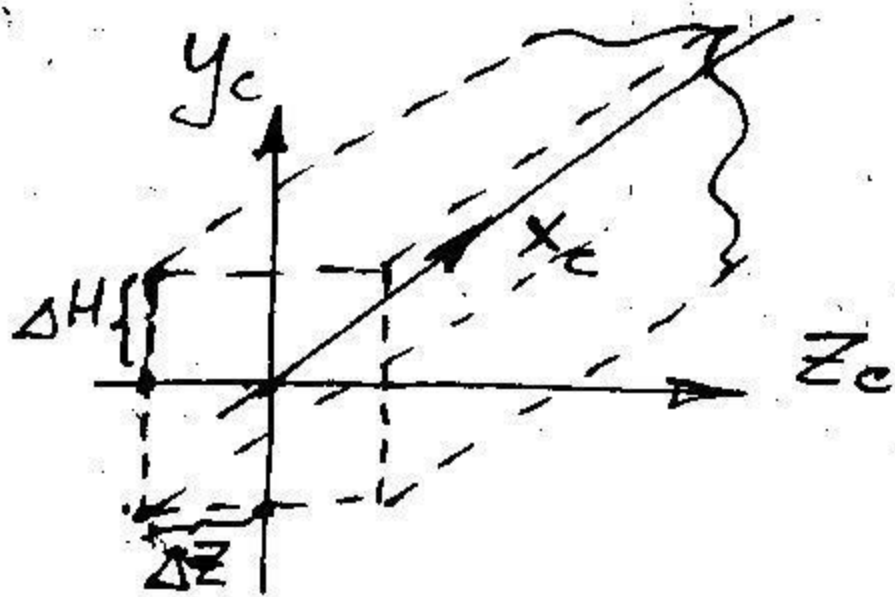
$$V \geq V_{\text{эвол}} = (1,2 \div 1,4) V_{\min}$$

где

$V_{эвол}$ — Т.Н. эволютивная скорость.

В заштрихованной полётной области возможен гор. полёт и виражи с кренами не более μ .

- ③ Геометрия и акустич. ограничения
Геометрия. ограничения связаны с избеганием столкновения с наземными предметами на взлёте, а также с маршрутными полётами: трасса разбивается на прямолинейные участки длиной, как правило, не более 500 км; участок окружается коридором:



В России

при $H \in (0; 6000 \text{ м}]$ $\Delta H = \pm 150 \text{ м}$, $\Delta Z = \pm 300 \text{ м}$;

при $H \in (6000 \text{ м}; 9000 \text{ м}]$ $\Delta H = \pm 300 \text{ м}$, $\Delta Z = \pm 500 \text{ м}$;

при $H \in (9000 \text{ м}; +\infty)$ $\Delta H = \pm 500 \text{ м}$, $\Delta Z = \pm 1000 \text{ м}$.

Акустич. ограничение относится к шуму двигателя и звуковому удару при движении на сверхзвуковой скорости.

④ Фиолочетские ограничения
Наиболее важно ограничение по перегрузкам. Легче всего человек переносит перегрузку n_x (сидя-идя).

При $n_x = 2$ затрудняется разма-
шистое движение. Допу-
стимо $n_x = 10$.

Перегрузка n_y (головно-
переносится) тяжелее. При
 $n_y = 2$ ограничивается поле
зрения, затрудняется наблю-
дение приборов. При $n_y = 4$
наступает временная слепота.

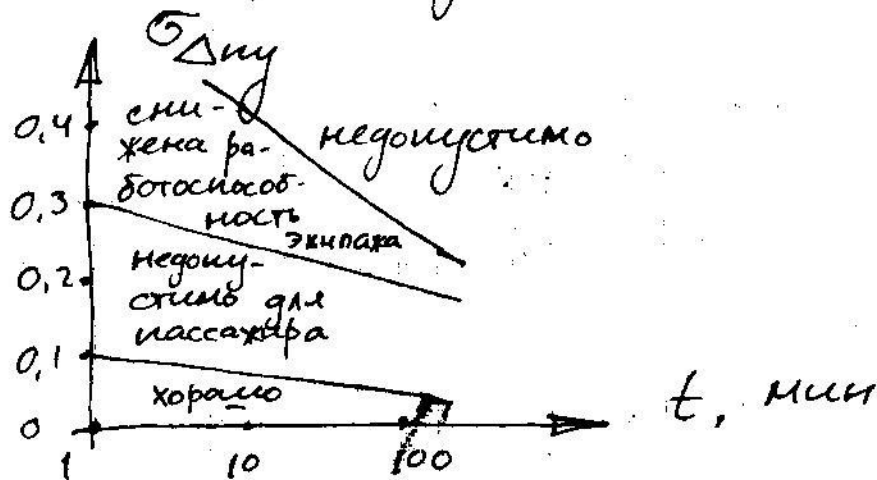
При $n_y = -3$ наступает "крас-
ная слепота". Перегрузки
 $n_y = 5$ тренированный летчик
выдерживает до 20 с ;

$n_y = -5$ - до 0,5 с.

Для пассажира комфортны-
ми условиями считается
 $|\Delta n_y| \leq 0,1$.

При полёте в турбулентной
атмосфере или в режи-
ме следования рельефу

местности возникает знако-
переменная перегрузка. Пусть
 Δn_y - среднеквадратическое
 Δn_y от нулевого значения,
 t - время действия перегрузки.



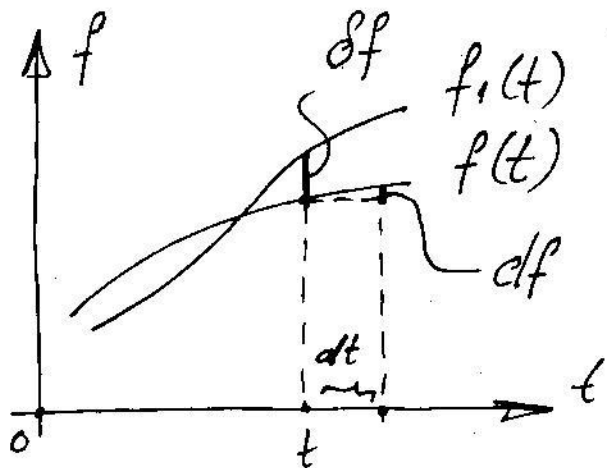
Т.о., ограничение по знако-
переменной перегрузке очень
тесное.

Линейные модели движения ЛА

Предварит. замечания

Получение мм. ур-й основано на варьировании исходных ур-й. Введем оск. погрешн. Пусть даны ф-ции $f(t)$ и $f_1(t)$ отличающиеся в смысле близости 1-го порядка:

$$|f_1(t) - f(t)| \leq \varepsilon; \quad \left| \frac{df_1(t)}{dt} - \frac{df(t)}{dt} \right| \leq \varepsilon_t$$



Применение $f(t)$ можно понимать либо в смысле дифференцирования

(изменение вследствие
изменения значения
аргумента)

$$df = f(t+dt) - f(t),$$

либо в смысле варьирова-
ния (изменения самой
 f -ной зависимости)

$$\delta f = f_1(t) - f(t).$$

f — нац. осн. f -цней, f_1 —
возмущенной f -цней, δf —
вариацией.

Пусть движение ЛА опи-
сывается ур-ем

$$F(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) = 0. \quad (*)$$

В результате нек-рых воз-
мущений движение

отклонилось от основного:

$$F(x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}, t) = 0. \quad (**)$$

Допустим, что величины

$$\delta x = x_1(t) - x(t),$$

$$\delta \dot{x} = \dot{x}_1(t) - \dot{x}(t),$$

$$\delta \ddot{x} = \ddot{x}_1(t) - \ddot{x}(t)$$

малы.

Перепишем ур-е (**):

$$F(x + \delta x, \dot{x} + \delta \dot{x}, \ddot{x} + \delta \ddot{x}, t) = 0.$$

(***)

Взяв (*) и (***) с учётом малости $\delta x, \delta \dot{x}, \delta \ddot{x}$, получим:

$$\tilde{F}(\delta x, \delta \dot{x}, \delta \ddot{x}, t) = 0.$$

Т.о., возмущенное движение можно рассматри-

вать не как абсолютное,
а по отношению к
осн. движению (т.е. „в малом“).

$$\text{Если } \lim_{t \rightarrow \infty} \delta x = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta \dot{x} = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta \ddot{x} = 0,$$

то движение устойчиво,
возмущенное движение
сходится к основному.

$$F(x + \delta x, \dot{x} + \delta \dot{x}, \ddot{x} + \delta \ddot{x}, t) =$$

$$= F(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) + \frac{\partial F}{\partial x} \delta x +$$

$$+ \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \delta \dot{x} + \frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \delta \ddot{x} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \delta x^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial \dot{x}} \delta x \delta \dot{x} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \dot{x}^2} \delta \dot{x}^2 + \dots = 0$$

Ввиду малости $\delta x, \delta \dot{x}, \delta \ddot{x}$ все члены, начиная со 2-го порядка, можно отбросить и записать

$$F(x + \delta x, \dot{x} + \delta \dot{x}, \ddot{x} + \delta \ddot{x}, t) = \\ = F(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) + F^x \delta x + F^{\dot{x}} \delta \dot{x} + \\ + F^{\ddot{x}} \delta \ddot{x} = 0.$$

С учетом (*) имеем т.к. ур-е движения в вариациях

$$F^x \delta x + F^{\dot{x}} \delta \dot{x} + F^{\ddot{x}} \delta \ddot{x} = 0.$$

Проверим ур-е сш:

$$m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) = \\ = P \cos \varphi_p - \\ - X \cos \alpha - \\ - Z \cos \alpha \sin \beta + \\ + Y \sin \alpha - G \sin \vartheta,$$

...

Введем поперечную ось
 $Ox_e y_e z_e$ (Ox_e совпадает
 с проекцией $\vec{V}$ на Oxy ;
 Oy_e совпадает с Oy_a ; Oz_e
 совпадает с Oz), в к-рой
 работают веса в аэродин.
 трубе. Ур-я сил не из-
 меняются, но мы сперва
 умножим 1-е ур-е
 на $\cos \alpha$, 2-е на $-\sin \alpha$
 и сложим их, затем
 умножим 1-е ур-е на
 $\sin \alpha$, 2-е на $\cos \alpha$ и
 сложим их, чтобы по-
 лучить эквивалентную,
 но более простую с-му.

$$\begin{aligned}
 m (\dot{V} \cos \beta - \dot{\beta} V \sin \beta + \omega_x V \sin \alpha \sin \beta - \\
 + \omega_y V \cos \alpha \cos \beta) = \\
 = P \cos (\alpha + \varphi_p) - \\
 - X \cos \beta - \\
 - Z \sin \beta - \\
 - G (\sin \vartheta \cos \alpha - \cos \vartheta \sin \alpha \cos \beta)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 mV (-\dot{\alpha} \cos \beta + \omega_z \cos \beta + \omega_y \sin \alpha \sin \beta - \\
 - \omega_x \cos \alpha \sin \beta) = \\
 = P \sin (\alpha + \varphi_p) + \\
 + Y - \\
 - G (\sin \vartheta \sin \alpha + \cos \vartheta \cos \alpha \cos \beta)
 \end{aligned}$$

Третье ур-е не учитывается.

Будем считать, что OXY —
из-за симметрии (геометр.
массовой, силовой) ЛА.

В качестве осн. движения
выберем прямолинейный
горизонтальный полёт:

$$\omega_{x_0} = \omega_{y_0} = \omega_{z_0} = 0;$$

$$V_0 = \text{const};$$

$$\theta_0 = \psi_0 = 0;$$

$$j_0 = \psi_0 = 0;$$

$$H_0 = 0;$$

$$\dot{\gamma}_c = \dot{\Sigma}_c = 0, \quad \beta_0 = 0.$$

В транжанской авиации
этот режим имеет место
в течение 90% всего време-
ни полёта.

Получим:

$$\begin{cases} P_0 \cos(\alpha_0 + \varphi_p) - X_0 - Z_0 \sin \beta_0 - G \sin \theta_0 = 0; \\ P_0 \sin(\alpha_0 + \varphi_p) + Y_0 - G \cos \theta_0 = 0 \end{cases}$$

$$M_{RZ_0} = P_0 y_p \cos \varphi_p;$$

$$\omega_{z0} = 0;$$

$$\begin{cases} \dot{X}_c = V_0 \cos \theta_0 \cos \psi_0; \\ \dot{Y}_c = 0; \end{cases}$$

$$\dot{Z}_0 = 0;$$

$$\begin{cases} M_{Kx0} = 0; \\ M_{Ky0} = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{x0} = 0; \\ \omega_{y0} = 0; \end{cases}$$

$$\dot{Z}_c = 0;$$

У первых 2 ур-н имеем:

$$\begin{cases} G \sin \theta_0 = P_0 \cos(\alpha_0 + \varphi_P) - X_0 - Z_0 \sin \beta_0; \\ G \cos \theta_0 = P_0 \sin(\alpha_0 + \varphi_P) + Y_0. \end{cases}$$

Для возмущенного движения имеем:

$$\begin{aligned}
 & m(\dot{V}_1 \cos \beta_1 - \dot{\beta}_1 V_1 \sin \beta_1 + \\
 & + \omega_{x_1} V_1 \sin \alpha_1 \sin \beta_1 + \omega_{y_1} V_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1) = \\
 & = P_1 \cos(\alpha_1 + \varphi_p) - \\
 & - X_1 \cos \beta_1 - \\
 & - \sum_1 \sin \beta_1 - \\
 & - G(\sin \vartheta_1 \cos \alpha_1 - \cos \vartheta_1 \sin \alpha_1 \cos \beta_1);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & mV_1 \cdot [(\omega_{z_1} - \dot{\alpha}_1) \cos \beta_1 + \\
 & + \omega_{y_1} \sin \alpha_1 \sin \beta_1 - \omega_{x_1} \cos \alpha_1 \sin \beta_1] = \\
 & = P_1 \sin(\alpha_1 + \varphi_p) + Y_1 - \\
 & - G(\sin \vartheta_1 \sin \alpha_1 + \cos \vartheta_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & I_{zz} \dot{\omega}_{z_1} - (I_{xx} - I_{yy}) \omega_{x_1} \omega_{y_1} - \\
 & - I_{xy} (\omega_{x_1}^2 - \omega_{y_1}^2) = M_{Pz} - \\
 & - P_1 y_p \cos \varphi_p;
 \end{aligned}$$

$$\omega_{z_1} = \dot{\vartheta}_1 - \dot{\psi}_1 \cos \vartheta_1 \sin \beta_1;$$

$$\dot{Y}_{c_1} = \dot{H}_1 = V_1 \sin \theta_1;$$

$$X_{c1} = V_1 \cos \theta_1 \cos \Psi_1.$$

Здесь $V_1 = V_0 + \delta V$; $\alpha_1 = \alpha_0 + \delta \alpha$;
 $\omega_{z1} = \delta \omega_z$; $\omega_{x1} = \delta \omega_x$;
 $\omega_{y1} = \delta \omega_y$; $j_1 = \delta j$;
 $\theta_1 = \theta_0 + \delta \theta$; $\beta_1 = \delta \beta$.

Все вариации считаются малыми: $\delta f^m \cdot \delta g^n = 0$; $m+n > 1$;
 $\sin \delta f = \delta f$; $\cos \delta f = 1$

Вниманием остальных ур:

$$m(V_1 \sin \beta_1 + V_1 \beta_1 \cos \beta_1 - \\ - \omega_{x1} V_1 \sin \alpha_1 \cos \beta_1 - \\ - \omega_{y1} V_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1) = \\ = Z_1 \cos \beta_1 - X_1 \sin \beta_1 - G \cos \theta_1 \sin j_1;$$

$$I_{xx} \dot{\omega}_{x1} - (I_{yy} - I_{zz}) \cdot \omega_{y1} \omega_{z1} - \\ - I_{xy} (\dot{\omega}_{y1} - \omega_{x1} \omega_{z1}) = M_{rx1};$$

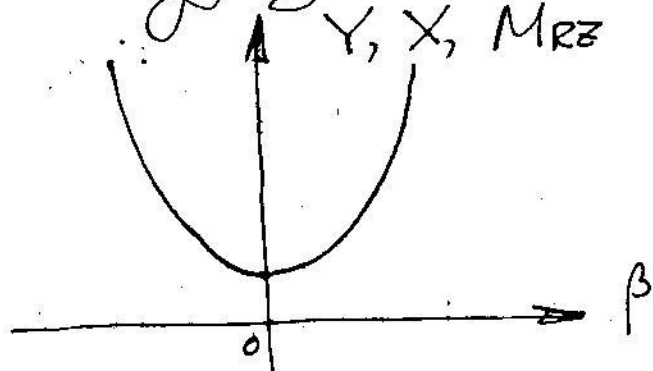
$$-I_{yy} \dot{\omega}_{y1} - (I_{zz} - I_{xx}) \omega_{x1} \omega_{z1} - I_{xy} (\dot{\omega}_{x1} - \omega_{y1} \omega_{z1}) = M_{Ry1};$$

$$\omega_{x1} = \dot{\varphi}_1 + \dot{\psi}_1 \sin \vartheta_1;$$

$$\omega_{y1} = \dot{\psi}_1 \cos \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \dot{\vartheta}_1 \sin \varphi_1;$$

$$\dot{\Sigma}_c = V_1 \cos \theta_1 \sin \Psi_1.$$

Заметим, что при релативных, движущихся к горизонту, прямолинейном полёте, имеет место след. зависимость:



По этой причине

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial \beta} \right|_{\beta=0} = \left. \frac{\partial X}{\partial \beta} \right|_{\beta=0} = \left. \frac{\partial MRz}{\partial \beta} \right|_{\beta=0} = 0$$

Далее,

$$\sin \theta_1 = \sin (\theta_0 + \delta \theta) = \sin \theta_0 + \delta \theta \cos \theta_0;$$

$$\cos \theta_1 = \cos (\theta_0 + \delta \theta) = \cos \theta_0 - \delta \theta \cdot \sin \theta_0;$$

$$\sin (\alpha_1 + \varphi_p) = \sin [(\alpha_0 + \varphi_p) + \delta \alpha];$$

$$\cos (\alpha_1 + \varphi_p) = \cos [(\alpha_0 + \varphi_p) + \delta \alpha].$$

Тогда, пользуясь малостью вариаций, получим у 1-го

$$m \delta \dot{V} = P_1 \cos [(\alpha_0 + \varphi_p) + \delta \alpha] - \\ - X_1 - G \sin \theta_1,$$

или

$$m \delta \dot{V} = (P_0 + \delta P) \cdot [\cos (\alpha_0 + \varphi_p) - \\ - \delta \alpha \cdot \sin (\alpha_0 + \varphi_p)] - \\ - X_0 - \delta X - G (\sin \theta_0 + \\ + \delta \theta \cdot \cos \theta_0) =$$

$$\begin{aligned}
&= (P_0 + P^{\delta_{\text{ср.}}} \delta(\delta_{\text{ср.}}) + P^V \delta V + P^H \delta H) \cdot \\
&\cdot [\cos(\alpha_0 + \varphi_p) - \delta\alpha \cdot \sin(\alpha_0 + \varphi_p)] - \\
&- (X_0 + X^\alpha \delta\alpha + X^{\delta_{\text{закр.}}} \delta(\delta_{\text{закр.}}) + \\
&+ X^\chi \delta\chi + X^M \delta M + X^V \delta V + X^H \delta H) - \\
&- G \sin \theta_0 - G \cos \theta_0 (\delta V - \delta\alpha).
\end{aligned}$$

Введем упр-е осн. движения.
Получим:

$$\begin{aligned}
m \delta \dot{V} = & -P_0 \sin(\alpha_0 + \varphi_p) \cdot \delta\alpha + \\
& + P^{\delta_{\text{ср.}}} \cos(\alpha_0 + \varphi_p) \cdot \delta(\delta_{\text{ср.}}) + \\
& + P^V \cos(\alpha_0 + \varphi_p) \cdot \delta V - \\
& - X^\alpha \delta\alpha - X^{\delta_{\text{закр.}}} \delta(\delta_{\text{закр.}}) - \\
& - X^\chi \delta\chi - X^M \delta M - X^V \delta V - \\
& - X^H \delta H + P^H \cos(\alpha_0 + \varphi_p) \cdot \delta H - \\
& - G \cos \theta_0 \cdot \delta V + G \cos \theta_0 \cdot \delta\alpha.
\end{aligned}$$

Учтем выражение для $G \cos \theta_0$
и заменим $-P_0 \sin(\alpha_0 + \varphi_p) \cdot \delta\alpha -$

$$- G \cos \theta_0 \cdot \delta V + G \cos \theta_0 \cdot \delta \alpha \quad \text{на}$$

$$- G \cos \theta_0 \cdot \delta V + Y_0 \delta \alpha.$$

При малых изменениях высоты элемента, содержащим δH , можно пренебречь, а кроме того, полагать $a = \text{const}$ и $\delta M = \frac{\delta V}{a}$.

Тогда

$$\begin{aligned} m \delta \dot{V} = & P^{\delta_{\text{ср}}} \cos(\alpha_0 + \varphi_p) \cdot \delta(\delta_{\text{ср}}) + \\ & + P^V \cos(\alpha_0 + \varphi_p) \cdot \delta V - \\ & - X^\alpha \delta \alpha - X^V \delta V - X^X \delta X - \\ & - X^M \cdot \frac{1}{a} \delta V - X^{\delta_{\text{закр}}} \delta(\delta_{\text{закр}}) - \\ & - \underbrace{[P_0 \sin(\alpha_0 + \varphi_p) + Y_0]}_{G \cos \theta_0} \cdot \delta V + Y_0 \delta \alpha \end{aligned}$$

Разделим на m и сгруппируем:

$$\begin{aligned}
& \delta \dot{V} + \underbrace{\frac{X^\alpha - Y_0}{m}}_{c_8} \delta \alpha + \\
& + \underbrace{\frac{X^V + \frac{1}{a} \cdot X^M - P^V \cos(\alpha_0 + \varphi_P)}{m}}_{e_1} \delta V + \\
& + \underbrace{g \cos \theta_0}_{c_7} \delta V + \\
& + \underbrace{\frac{X^{\delta_{закр}}}{m}}_{c_{14}} \delta(\delta_{закр}) - \\
& - \underbrace{\frac{P^{\delta_{сг}} \cos(\alpha_0 + \varphi_P)}{m}}_{\tau_1} \delta(\delta_{сг}) = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \delta \dot{V} + c_8 \delta \alpha + e_1 \delta V + c_7 \delta V + \\
& + c_{14} \delta(\delta_{закр}) + \tau_1 \delta(\delta_{сг}) = 0.
\end{aligned}$$

Аналогично можно проварь-
ировать ост. ур-я движе-
нием, получив линейиро-
ванные ур-я либо во
временной, либо в частотной

(комплексной) области. С-ма ур-ий распадается на 2 группы по в ур-ий. Первая описывает продольное (в ин-ти ОХУ) движение; вторая — боковое (в ин-тах ОУZ и ОZХ) движение ЛА. В обоих случаях имеется в виду движение „в наклон“.

Линейные мая. модели продольного движения ЛА.

Опустим знаки вариаций при всех координатах, кроме V , H , L . Получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_Z + C_1 \omega_Z + C_2 \alpha + C_5 \dot{\alpha} + C_3 \delta_{PB} + \\ \quad + C_{12} \delta_{Загр} + \tau_3 \delta_{сг} + e_3 \delta V = 0; \\ -\omega_Z + \dot{\alpha} + C_4 \alpha + e_2 \delta V + e_9 \delta_{PB} + \\ \quad + C_{13} \delta_{Загр} + \tau_2 \delta_{сг} = 0; \\ \delta \dot{V} + C_8 \alpha + e_1 \delta V + C_{14} \delta_{Загр} + \tau_1 \delta_{сг} + \\ \quad + C_7 V = 0; \end{array} \right.$$

$$\omega_z - \dot{\vartheta} = 0;$$

$$C_6 \alpha - C_{11} \delta V - C_6 \vartheta + \delta \dot{H} = 0;$$

$$\delta \dot{L} - \delta V_{xe} = 0$$

Перейдем в комплексную область, для чего воспользуемся преобразованием Лапласа

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt, \quad \text{где}$$

$s = \alpha + j\omega$ — переменная Лапласа, или, вернее, преобразование Лапласа — Карсона

$$F(p) = p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt.$$

Заметим, что при $f(t) \equiv 1(t)$

$$F(s) = \frac{1}{s}, \quad \text{а} \quad F(p) = 1.$$

Получим:

$$\left\{ \begin{aligned} & (\rho + c_1) \omega_z + (c_5 \rho + c_2) \alpha + c_3 \delta_{PB} + \\ & \quad + c_{12} \delta_{закр} + \gamma_3 \delta_{сг} + e_3 \delta V = 0; \\ & -\omega_z + (\rho + c_4) \alpha + e_2 \delta V + c_{13} \delta_{закр} + \\ & \quad + \gamma_2 \delta_{сг} = 0; \\ & (\rho + e_1) \delta V + c_7 \vartheta + c_8 \alpha + c_{14} \delta_{закр} + \\ & \quad + \gamma_1 \delta_{сг} = 0; \\ & \rho \delta H - c_6 \vartheta - c_{11} \delta V + c_6 \alpha = 0; \\ & \omega_z - \rho \vartheta = 0. \end{aligned} \right.$$

Линейные мат. модели
бокового движения ЛА

$$\left\{ \begin{aligned} & \dot{\omega}_x + a_6 \omega_y + b_2 \beta + b_3 \delta_z + a_5 \delta_{PH} \overset{+b_4 \omega_x}{=} 0; \\ & b_6 \omega_x + \dot{\omega}_y + a_2 \beta + b_5 \delta_z + a_3 \delta_{PH} \overset{+a_1 \omega_y}{=} 0; \\ & -\omega_y + \dot{\beta} + a_4 \beta + a_7 \delta_{PH} = 0; \\ & b_7 \omega_x - b_4 \gamma = 0; \\ & \omega_x - \dot{\gamma} = 0; \end{aligned} \right.$$

$$\begin{cases} \omega_y - \psi = 0; \\ \dot{z}_c = c_6 \psi - c_6 \beta. \end{cases}$$

В коллим. области

$$(\phi + b_1) \omega_x + a_6 \omega_y + b_2 \beta + b_3 \delta_3 + a_5 \delta_{PH} = 0;$$

$$(\phi + a_1) \omega_y + b_6 \omega_x + a_2 \beta + b_5 \delta_3 + a_3 \delta_{PH} = 0;$$

$$(\phi + a_4) \beta - \omega_y - b_7 \omega_x - b_4 \rho + a_7 \delta_{PH} = 0;$$

$$\omega_x - \rho \rho = 0;$$

$$\omega_y - \rho \psi = 0;$$

$$\rho \dot{z}_c - c_6 \psi + c_6 \beta = 0.$$

Пилотажные х-ки ЛА — совокупность его х-к, определяющая его тактико. применение и св-ва как объекта управления.

- маневренность;
- управляемость;
- устойчивость.

Маневренность ЛА —

способность изменять высоту, скорость, направление полёта в ед. времени.

Маневренность определяется конструкцией и параметрами двигателя установки ЛА. От авиациониста она почти не зависит.

Управляемость ЛА —

способность изменять параметры движения в ответ на отклонение органов управления.

Устойчивость "свободного" ЛА.

"Свободный" ЛА — такой, у которого все органы управления жестко закреплены в балансировочных положениях.

Устойчивость ЛА — способность сохранять исходный режим полета после прекращения действия внеш. возмущений.

Устойчивость продольного движения

Запишем ур-е в естеств. форме:

$$\dot{X}_n = A_n X_n + B_n U_n, \text{ где}$$

$$X_n^T = [\omega_z, \alpha, \delta V, \delta H, \vartheta];$$

$$A_n = \begin{bmatrix} -c_1' & -c_2' & -c_3' & 0 & 0 \\ 1 & -c_4 & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & -c_6 & c_1 & 0 & -c_7 \\ 0 & c_6 & -c_{11} & 0 & -c_6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_{\Pi}^T = \begin{bmatrix} -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r_3 & r_2 & r_1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$U_{\Pi}^T = \begin{bmatrix} \delta_{PB}, & \delta_{CG} \end{bmatrix}.$$

Нулевой 4-й столбец матрицы A_{Π} обусловлен нашим предположением о независимости от высоты параметров движения

$$c_1' = c_1 + c_5;$$

$$c_2' = c_2 - c_4 c_5;$$

$$c_3' = c_3 - c_5 c_2.$$

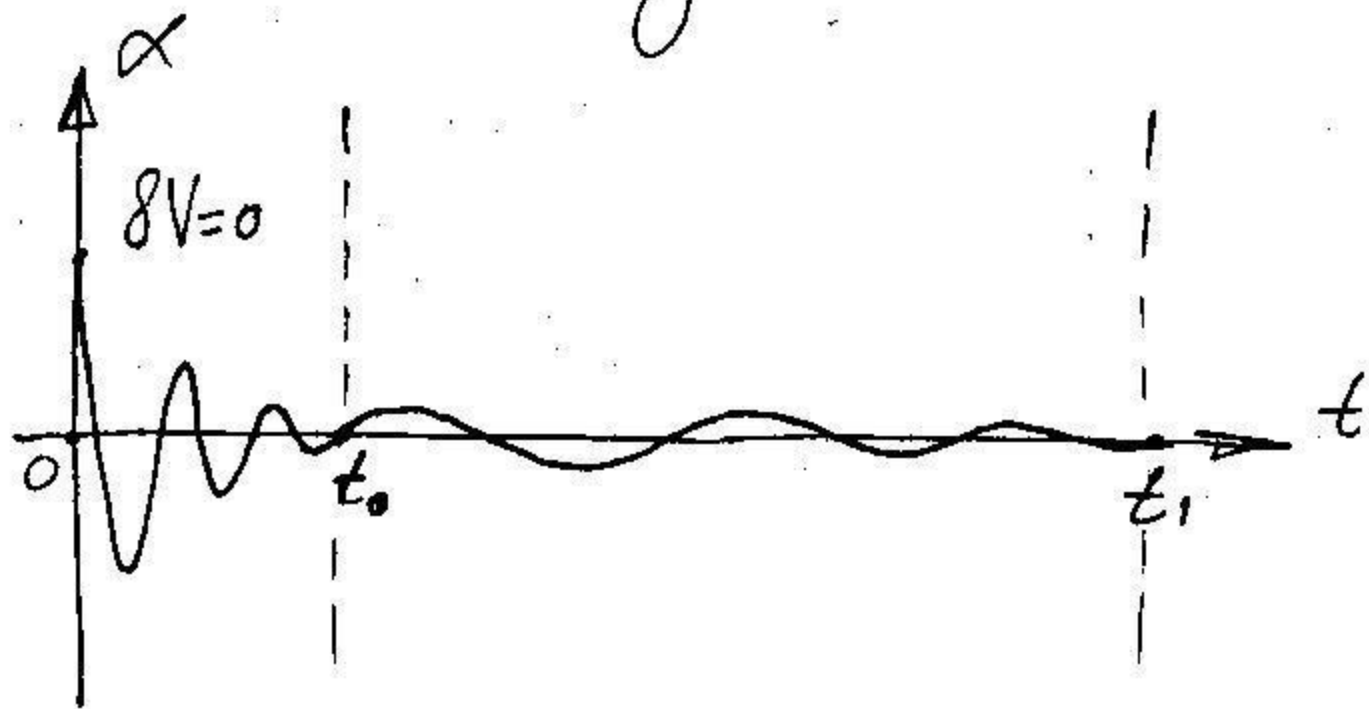
Для "свободного" ЛА $U_{\Pi} \equiv 0$;

$$\dot{X}_{\Pi} = A_{\Pi} X_{\Pi}.$$

Разделение продольного движения

на короткопериодич. и длиннопериодич.

Рассмотрим типичный переходный процесс при установившемся движении.

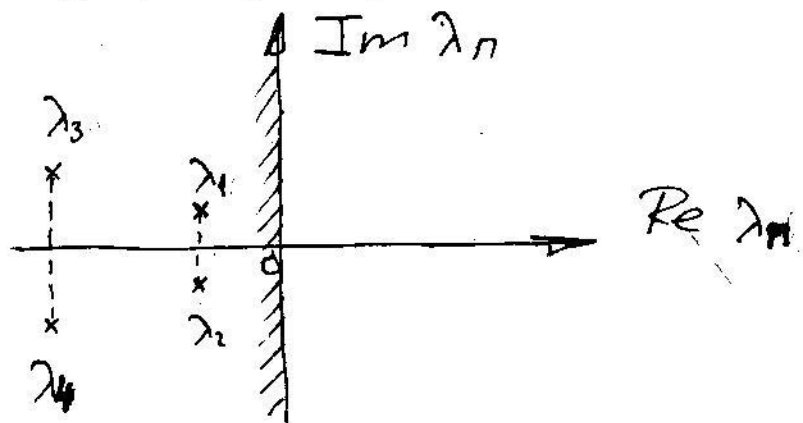


На промежутке $t \in [0; t_0)$ происходит переходный процесс движения отн. центра масс (короткопериодич. движение). Поскольку $t_0 = (3 \div 6) \text{ с}$, то можно считать $\delta V = 0$.

На промежутке $t \in [t_0; t_1)$ происходит переходный процесс движения центра масс (гиперпериодич. движение). Поскольку к этому времени движение отн. центра масс прекратилось, то можно считать, что $\sum_i M_i^v z_i = 0$.

Сказанное соответствует расщеплению корней λ_i x -го ур-я

$$\det(\lambda_i E - A_\eta) = 0$$



$$|\lambda_3| = |\lambda_4| \gg |\lambda_1| = |\lambda_2|.$$

Корни λ_3, λ_4 отвечают короткопериодическому движению,
 λ_1, λ_2 — долгопериодическому движению.

Устойчивость короткопериодического движения.

$$\begin{cases} (\phi + c_1) \omega_z + (c_5 p + c_2) \alpha = 0; \\ -\omega_z + (\phi + c_4) \alpha = 0. \end{cases}$$

Х-е ур-е:

$$\lambda^2 + (c_1 + c_4 + c_5) \lambda + (c_1 c_4 + c_2) = 0$$

а) Корни комплексные.

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c_1 + c_4 + c_5}{2} \pm \sqrt{\frac{(c_1 + c_4 + c_5)^2}{4} - (c_1 c_4 + c_2)}$$

$$c_1 c_4 + c_2 > \frac{(c_1 + c_4 + c_5)^2}{4}.$$

Движение устойчиво при

$$\operatorname{Re} \lambda_{1,2} < 0.$$

Это условие выполнено, когда

$$c_1 > 0; \quad c_4 > 0; \quad c_5 > 0.$$

$$\begin{cases} c_1 = -\frac{m_z \bar{\omega}_z}{I_{zz}} \frac{\rho V}{2} S v_A^2; \\ c_4 \approx \frac{c_y^\alpha}{m} \frac{\rho V}{2} S; \\ c_5 = -\frac{m_z \dot{\alpha}}{I_{zz}} \frac{\rho V}{2} S v_A^2. \end{cases}$$

Очевидно, что для устойчивости требуется

$$m_z \bar{\omega}_z < 0 \quad (\text{выполнено всегда});$$

$$m_z \dot{\alpha} < 0 \quad (\text{выполнено всегда});$$

$$c_y^\alpha > 0 \quad (\text{выполнено при } \alpha < \alpha_{кр}).$$

Т.о., короткопериодическое движение колеблется. х-ра устойчиво при $\alpha < \alpha_{кр}$.

б). Корни действительные. Определим условие неустойчивости:

$$\lambda_1 > 0; \quad \lambda_2 < 0; \\ c_2 < 0.$$

$$c_2 = - \frac{m_z^\alpha}{I_{zz}} \frac{\rho V^2}{2} S b_A;$$

$$m_z^\alpha = \frac{\partial m_z}{\partial c_y} \cdot \frac{\partial c_y}{\partial \alpha} = m_z^{c_y} \cdot c_y^\alpha.$$

Условие выполнено при
 $c_y^\alpha > 0$, $m_z^{c_y} > 0$ (т.е. при
 $\alpha < \alpha_{кр}$, $\bar{X}_T > \bar{X}_F$).

Т.о., короткопериодич. движение апериодич. х-ра неустойчиво при $\alpha < \alpha_{кр}$, $\bar{X}_T > \bar{X}_F$.

Найдем приращение нормаль-
ной пересадки: В горизон-
тальном (времяинтервал)
наёте $Y_0 = G$. Поэтому

$$\begin{aligned}\Delta n_y &= \frac{\Delta Y}{G} = \frac{\Delta Y}{Y_0} = \\ &= \frac{c_y^\alpha \cdot \frac{\rho V^3}{2} S \cdot \Delta \alpha}{(c_y)_0 \cdot \frac{\rho V^3}{2} S} = \\ &= \frac{c_y^\alpha}{(c_y)_0} \cdot \Delta \alpha.\end{aligned}$$

С др. стороны

$$\Delta n_y = \frac{c_y^\alpha \cdot \frac{\rho V}{2} \cdot S}{m} \cdot \frac{V}{g} \Delta \alpha.$$

Поскольку

$$\frac{c_y^\alpha \cdot \frac{\rho V}{2} \cdot S}{m} = c_4,$$

$V = c_6$, то

$$\Delta n_y = \frac{c_4 c_6}{g} \Delta \alpha.$$

Отсюда видно, что неустой-

живость (неограниченное изменение $\Delta\alpha$) означает соотв. изменение $\Delta\mu$. Поэтому такая неустойчивость наз. также "неустойчивостью по н.ф.и. периферии"

Устойчивость длиннопериод. движения

Если короткопериодич. движение устойчиво, т.е.

$m_2^{c_2} < 0$, то длиннопериодич. движение можно рассматривать усредненно. По гипотезе длиннопериодич. движения

$$\sum_i M_{zi}^v = 0;$$

$$c_2 \alpha + e_3 \delta V = 0.$$

Ост. ур-я остаются без изме-

исполн:

$$-\omega_z + (p + c_4)\alpha + e_2 \delta V = 0;$$

$$c_8 \alpha + (p + e_1) \delta V + c_7 v = 0;$$

$$\omega_z - p v = 0.$$

X-е ур-е

$$\lambda^2 + \underbrace{\left(e_1 + \frac{c_7 e_3 + c_8 e_3}{c_2} \right)}_{d_1} \lambda +$$

$$+ \underbrace{e_2 c_7 - \frac{c_4 c_7 e_3}{c_2}}_{d_2} = 0.$$

Для современных параметров

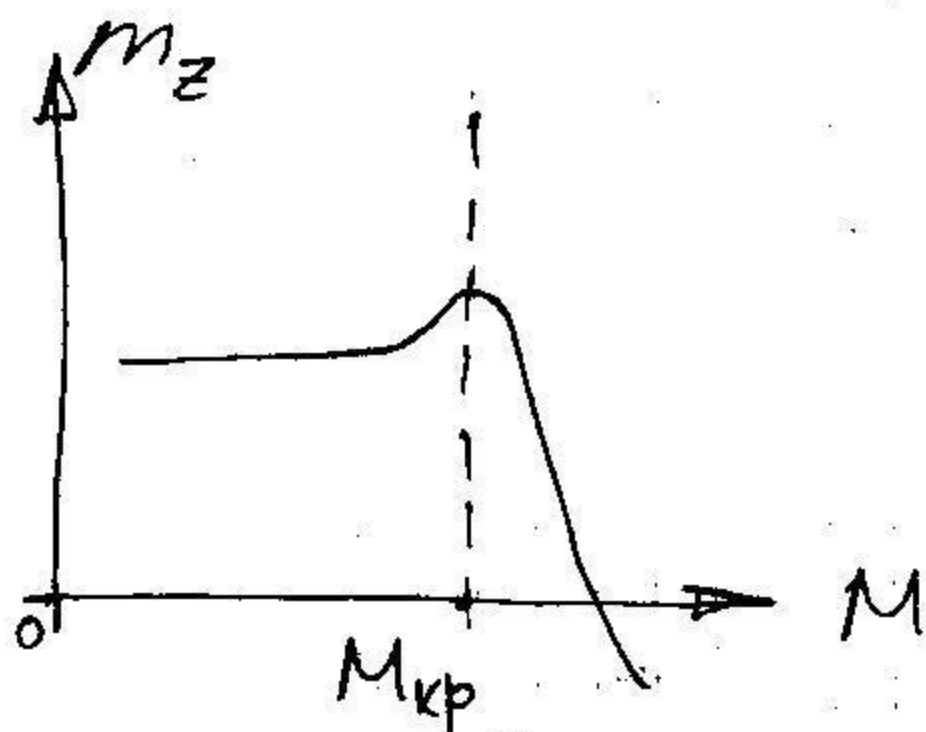
$$|c_2| \gg |e_1|, |c_7|, |c_8|.$$

X-е ур-е имеет корни

$$\lambda_{1,2} = -\frac{d_1}{2} \pm \sqrt{\frac{d_1^2}{4} - d_2}.$$

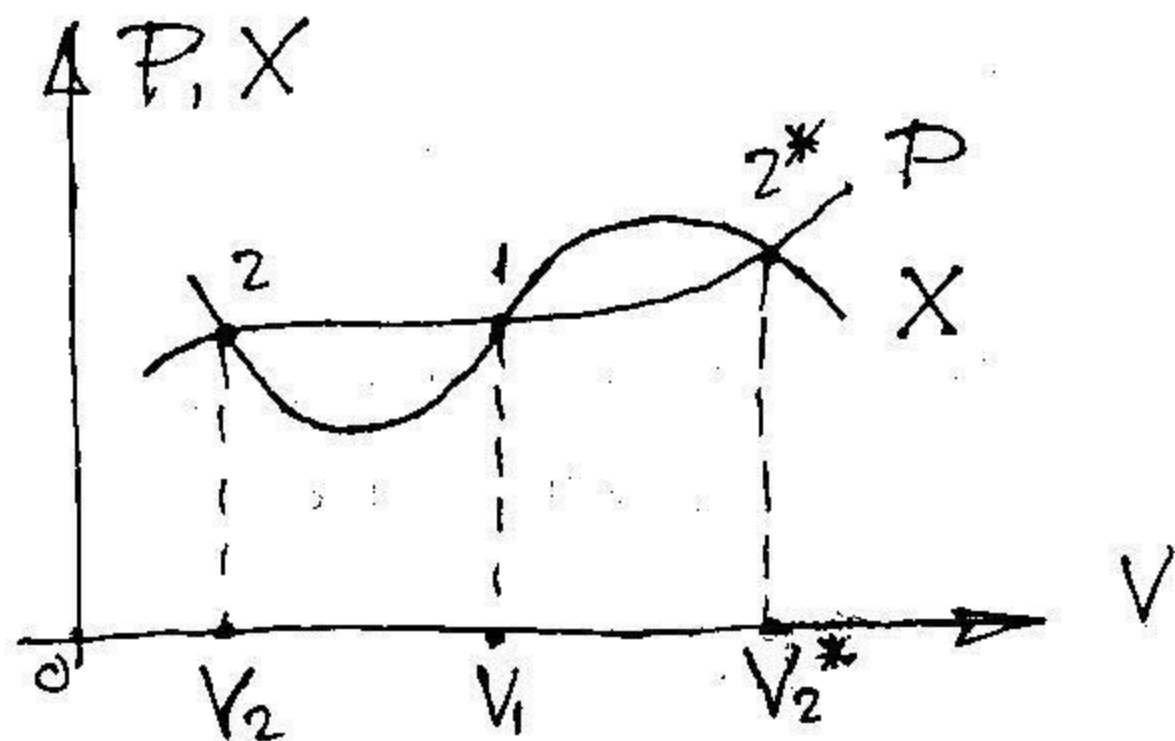
а). Корни комплексные.
Движение устойчиво
при $d_1 > 0$.

$$d_1 = \frac{1}{m} (X^V - P^V) - \frac{m_z^M}{a} \cdot \frac{e_x^a}{m_z^a} \cdot \frac{qS}{m}$$



На дозвуковых режимах
 ($M < M_{кр}$) $m_z^M \approx 0$, по-
 этому условие $d_1 > 0$
 выполняется при

$$X^V - P^V > 0$$



Возле точки 1 ЛА колеблет-
ся за счёт своей инерции.

Возле точки 2 колеблется дви-
жение без вмешательства
Лётчика невозможно.

Точка 2* — на границе сверх-
звуковых режимов. Устой-
чивое движение в этих
(P-V) также невозможно.

P — наг. расходуемой тягой;
X — свободной тягой.

Вмешательство лётчика зна-
чает управление двигателем
(и, соответственно, изменение
кривой расходуемой тяги).

б) Корни действительные.
Определим условие устойчи-
вости:

$$\lambda_1 > 0; \lambda_2 < 0; \\ d_2 < 0.$$

Априори ничего сказать о знаке d_2 нельзя. Обычно на дозвуковых режимах ($M < M_{кр}$) $d_2 < 0$, на околосзвуковых режимах ($0,8 < M < 1,2$) $d_2 > 0$.

Устойчивость бокового движения

ЛА не обладает поворачивательностью по углу курса (обладает по курсу нейтральной устойчивостью). Рассмотрим устойчивость по остальным параметрам:

$$\begin{cases} (\varphi + b_1) \omega_x + a_6 \omega_y + b_2 \beta = 0; \\ b_6 \omega_x + (\varphi + a_1) \omega_y + a_2 \beta = 0; \\ -\omega_y + (\varphi + a_4) \beta - (b_7 \omega_x - b_4 \beta) = 0; \end{cases}$$

$$(\omega_x - \phi_j) = 0.$$

X-e yf-e

$$A_0 \lambda^4 + A_1 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda + A_4 = 0,$$

где

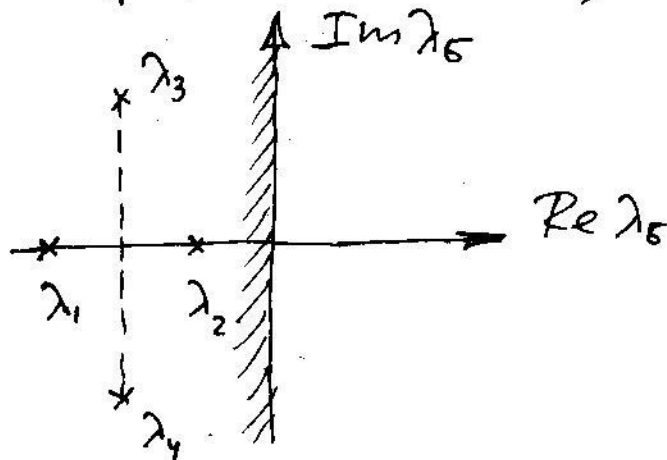
$$A_0 = 1;$$

$$A_1 = a_1 + a_4 + \underline{b_1};$$

$$A_2 = a_1 a_4 + \underline{a_2 + b_1 (a_1 + a_4)} + \underline{b_2 b_7 - a_6 b_6};$$

$$A_3 = \underline{a_2 b_1 + b_1 a_1 a_4 + b_2 b_4} + \underline{b_2 a_1 b_7 - b_2 b_6 - a_6 (a_4 b_6 + a_2 b_7)};$$

$$A_4 = b_4 (a_1 b_2 - a_2 a_6)$$



λ_1 определяется величиной

$$b_1 = \frac{m_x \bar{\omega}_x}{I_{xx}} \frac{\rho V}{4} S l^2 < 0$$

Это движение (кренное) всегда устойчиво.

λ_2 мал по модулю, поэтому

$$\lambda_2 \approx -\frac{A_4}{A_3}$$

Поскольку $A_3 > 0$ всегда, то знак λ_2 опре. знаком A_4 . Далее, поскольку $b_4 \approx \frac{g}{V} > 0$, то

$\lambda_2 < 0$ при $a_1 b_2 > a_2 b_6$;

$\lambda_2 > 0$ при $a_1 b_2 < a_2 b_6$,

причем

$$a_1 \sim m_y \bar{\omega}_y$$

$$a_2 \sim m_y^\beta$$

$$b_2 \sim m_x^\beta$$

$$a_6 \sim m_x \bar{\omega}_y$$

Движение обусловлено на-
личием остаточного крена
фост. Возникает боковая
сила

$$Z = Y \sin \text{фост},$$

к-рал будет искривлять
траекторию, а продольная
ось сохранит направле-
ние. Тогда возникнет
скольжение β и мо-
менты

$$M_x^\beta \cdot \beta \quad \text{и} \quad M_y^\beta \cdot \beta$$

Момент $M_x^\beta \cdot \beta$ стремится
уменьшить фост , а мо-
мент $M_y^\beta \cdot \beta$ вызывает
скорость ω_y . Эта скорость
порождает моменты

$$M_y^{\omega_y} \cdot \omega_y \quad \text{и} \quad M_x^{\omega_y} \cdot \omega_y$$

Второй момент стремится
а увеличить рост. Т.о.,
устойчивость опреде-
ется соотношением

$$M_x^B \cdot \beta \text{ и } M_x^{\overline{\omega}_y} \cdot \overline{\omega}_y$$

Если первая величина
превалирует, то $\lambda_2 < 0$
и движение (спиральное)
устойчиво; рост убывает.

λ_3, λ_4 описывают кача-
тельное движение. Условие его
устойчивости по Гурвицу:

$$A_1 A_2 A_3 - A_0 A_3^2 - A_1^2 A_4 > 0;$$

$$A_i > 0.$$

Членом $A_1^2 A_4$ преобразуем.

Тогда

$$A_1 A_2 > A_3 A_0$$

Подставим только основные (пограничные) члены:

$$v_1 (a_1 + a_4) > v_2 v_4;$$

$$v_1 \sim \omega_x;$$

$$a_1 \sim \omega_y;$$

$$a_4 \sim \beta;$$

Чтобы обеспечить устойчивость,
у самолетов со фрезовидным
профилем делают отрицат.
угол к поперечной
V-образности



X-ки управляемости ЛА

Об управляемости ЛА можно го-
ворить только тогда, когда свобод-
ный ЛА устойчив.

В реакции ЛА на отклонение органов управления можно выделить переходную и уст. составляющие. По этому критерию х-ки управляемости разделяются на две группы. Кроме того, реакция может быть представлена во временной и в частотной областях.

Будем рассматривать только короткопериодич. продольное движение и быстрое боковое движение.

Показатели управляемости
продольного движения

У условия устойчивости

$$m_z^{\epsilon_1} < 0; \quad \epsilon_2 > 0$$

Динамич. показатели

Рис. 8. $\delta_{PB}(t) = 1(t)$;



Тогда

$$\begin{cases} (\phi + c_1) \cdot \omega_z + (c_5 \phi + c_2) \cdot \alpha = -c_3; \\ -\omega_z + (\phi + c_4) \alpha = 0; \end{cases}$$

$$W_{\frac{\alpha}{\delta_{PB}}}(\phi) = - \frac{c_3}{\phi^2 + (c_1 + c_4 + c_5)\phi + (c_1 c_4 + c_2)}$$

В стандартном виде

$$W_{\frac{\Delta u_y}{\delta_{PB}}}(\phi) = - \frac{K_{hy}}{T_\alpha^2 \phi^2 + 2\zeta_\alpha T_\alpha \phi + 1},$$

где

$$K_{hy} = \frac{c_3 c_4 c_6}{g(c_1 c_4 + c_2)} = \frac{K_c c_6}{g};$$

$$K_c = \frac{c_3 c_4}{c_1 c_4 + c_2};$$

$$T_\alpha = \frac{1}{\Omega_\alpha};$$

$$\Omega_x = \sqrt{c_1 c_4 + c_2} ;$$

$$\zeta_x = \frac{c_1 + c_4 + c_5}{2 \Omega_x}$$

Все многообразие возможных переходных процессов опр-ся величинами ζ_x и Ω_x , критич. ζ_x опр. колебательность перех. процесса, а Ω_x — быстроту выхода ЛА на заданную перефизку: тем выше Ω_x , тем больше быстродействие.

При $M < M_{кр}$ угл. величины c_1, c_4 уменьшает Ω_x на $\approx 15\%$, при $M > M_{кр}$ — на $\approx 0,5\%$. Т.о., учитывая неточность исходных аэродинамич. х-к, можно считать, что

$$\Omega_d = \sqrt{C_2} = \sqrt{-\frac{m_z^{C_y} \cdot C_y^d}{I_{zz}} \frac{\rho_B V^2}{2} \cdot S v_A}.$$

С ростом M увеличивается $|m_z^{C_y}|$ и Ω_d . С ростом H уменьшаются ρ_B и Ω_d .

С ростом нагрузки на крыло $\frac{G}{S}$ увеличивается $\frac{I_{zz}}{S} = \frac{G \rho_{im}^2}{Sg}$ снижается Ω_d .

Для маневренного ЛА в зависимости от режима полета $\Omega_d = (1,2 \div 10) \frac{Paq}{c}$.

Тогда,

$$\Sigma_d = \frac{C_1 + C_4 + C_5}{2 \sqrt{C_2}}$$

С ростом M увеличивается C_2 , снижаются C_1, C_4, C_5 ; резко снижается Σ_d . Действительно, напр.,

$$C_1 = \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{I_{zz}} \cdot \frac{\rho_B V}{2} S v_A^2, \text{ а } m_z^{\bar{\omega}_z}$$

сжимается с фостом М. С фостом Н сжимаются ρ_B и Σ_α , ибо $\Sigma_\alpha \sim \sqrt{\rho_B}$. С фостом $\frac{G}{S}$ величина $\Sigma_\alpha \sim \sqrt{\frac{S}{G}}$ медленно уменьшается.

В зависимости от режима полёта для манёвренного ЛА $\Sigma_\alpha = 0,1 - 0,4$

Статист. показатели:

- балансировочные кривые функции высоты;
- градиенты ускорений и перемещений;
- управляемость по углу крена траектории Θ

а). Балансировочные кривые есть зависимости σ_{PB} от параметров полёта при $n_y = const$.

Рассмотрим горизонт. полёт:

$$\kappa_y = 1;$$

$$M_{RZ} - P_y \cos \varphi_p = 0; \quad (*)$$

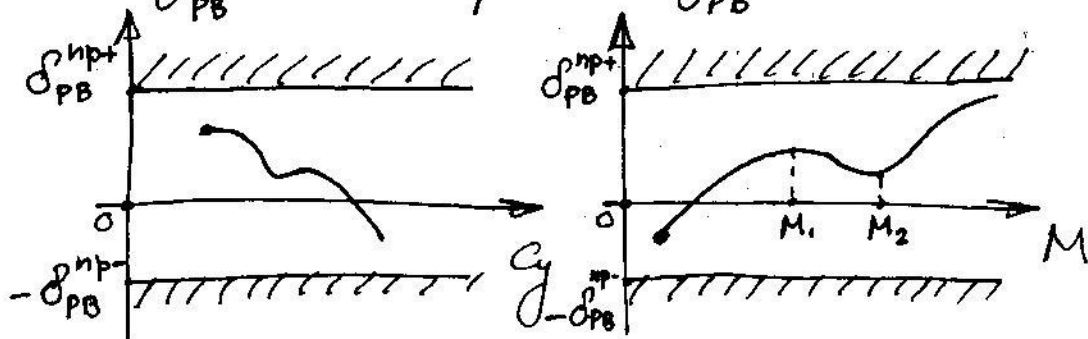
$$M_{RZ} = m_z \cdot \frac{\rho_B v^2}{2} S \epsilon_A;$$

$$m_z = \underbrace{m_{z0} + m_z^{c_y} \Delta c_y + \dots + m_z^{\delta_{PB}} \cdot \delta_{PB}}_{m_{z\text{рек}}}$$

Балансировочное значение $\delta_{PB} = \delta_{PB}^{\text{БАЛ}}$, т.е. такое, при котором выполнено условие (*), есть

$$\delta_{PB}^{\text{БАЛ}} = - \frac{m_{z\text{рек}} - m_{zP}}{m_z^{\delta_{PB}}}, \text{ где}$$

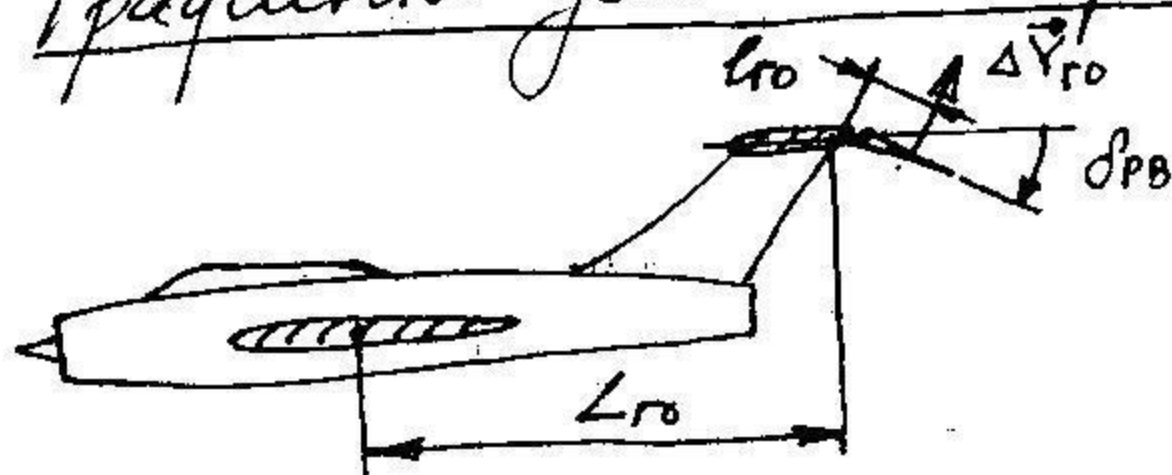
$$m_{zP} = \frac{P_y \cos \varphi_p}{g S \epsilon_A}$$



Спад кривых при $M_1 \leq M \leq M_2$ обусловлен смещением фокуса назад при приближении к скорости звука и необходимостью противодействия гашению самолёта в шихе.

$$\sigma_{PB}^{БАЛ} < \sigma_{PB}^{пр+}; \quad \sigma_{PB}^{БАЛ} > -\sigma_{PB}^{пр-}$$

б). Градиенты усилий и перемещений



Аэродинамич. моменты

$$M_z = -\Delta Y_{го} L_{го} = -\Delta Y_{го}^{\sigma_{PB}} L_{го} \cdot \sigma_{PB};$$

шарнирной нагрузки

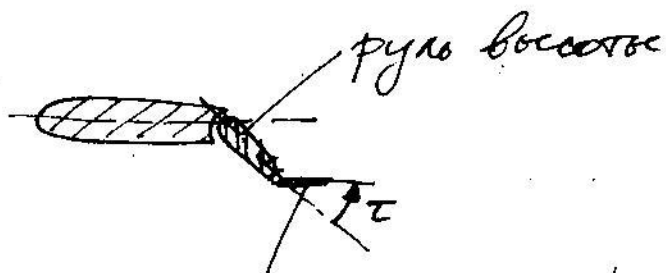
$$M_{ш} = -\Delta Y_{го} \cdot l_{го}.$$

В стандартной форме

$$M_z = m_z \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} S v_A ;$$

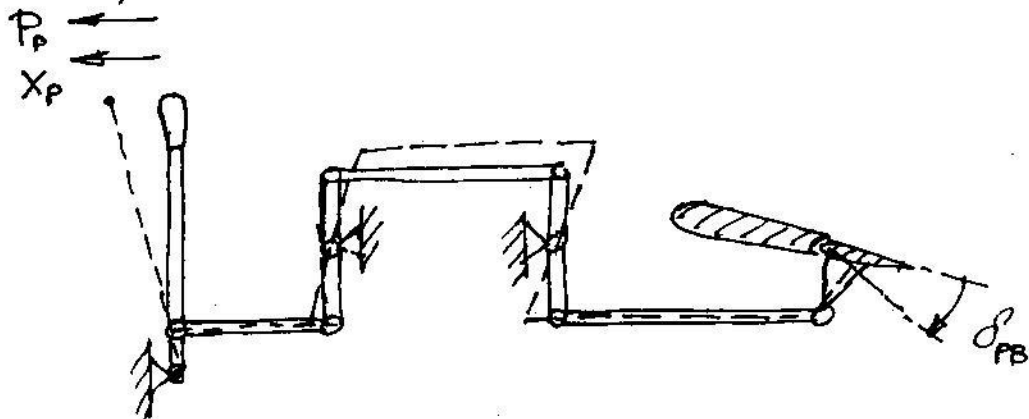
$$M_{\text{ш}} = m_{\text{ш}} \cdot \frac{\rho_B V^2}{2} K_{\text{ГО}} S_{\text{РВ}} \cdot v_{\text{РВ}} , \text{ где}$$

$$m_{\text{ш}} = m_{\text{ш}}^{\alpha_{\text{ГО}}} \alpha_{\text{ГО}} + m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{РВ}}} \delta_{\text{РВ}} + m_{\text{ш}}^{\tau} \cdot \tau$$



аэродинамический триммер.

Триммер снимает общий маркирный момент.

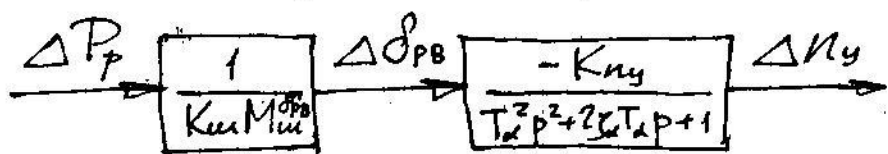


У условия равенства работ

$$\Delta P_p \cdot \Delta X_p \approx \Delta M_{\text{ш}} \cdot \Delta \sigma_{\text{PB}} ;$$

$$K_{\text{ш}} = \frac{\Delta P_p}{\Delta M_{\text{ш}}} = \frac{\Delta \sigma_{\text{PB}}}{\Delta X_p}.$$

Общая структурная схема канала управления имеет вид:



В уст. режиме

$$\Delta P_p = \lim_{p \rightarrow 0} W_{\frac{\Delta u_y}{\Delta P}}(p) =$$

$$= - \frac{K_{шy}}{K_{ш} \cdot M_{ш}^{\sigma_{PB}}} \cdot \Delta u_y.$$

Отсюда искомым значением

$$|P_r^{ny}| = \left| \frac{\partial P}{\partial n_y} \right| = \left| \frac{\Delta P}{\Delta n_y} \right| = \frac{K_{ny}}{K_{\text{ш}} \cdot M_{\text{ш}}^{\sigma_{PB}}}.$$

Этот градиент показывает, на какую величину нужно изменить значение на дуге для увеличения перегрузки на единицу при постоянной скорости полета.

Сущ. аналогичный градиент по перемещению $|X_r^{ny}|$, но он, в отличие от $|P_r^{ny}|$, не нормируется.

в). Управляемость по θ

Если $\text{sign } \Delta \sigma_{PB} \neq \text{sign } \Delta \theta$, то управляемость нел. прямой, иначе — обратной.

В короткопериодич. движении

K_c

$$\frac{W_0}{\delta_{PB}}(p) = - \frac{K_c}{p(T_\alpha^2 p^2 + 2T_\alpha p + 1)}$$

при устойчивом движении
 $K_c > 0$; управляемость
всегда прямая.

В длиннопериодич. движении

$$\frac{W_0}{\delta_{PB}}(p) = - \frac{c_4 p + c_4 e_1 - e_2(c_7 + c_8)}{p^2 + d_1 p + d_2}$$

Как правило, $d_2 > 0$. Тогда,
если $c_4 e_1 - e_2(c_7 + c_8) > 0$,
управляемость прямая; ина-
че - обратная. Так, в окрест-
ности г. 1 на кривых
расположенной и требуемой
тяги управляемость прямая.

Показатели управляемости бокового движения

При отклонении руля на-
правления на угол δ_r при
появлении угл. скорости ω_y ,
скольжения β , скорости ω_x ,
угол крена γ .

При отклонении элеронов
на угол δ_z появляются
угл. скорость ω_x , крен γ ,
скольжение β , скорость ω_y .

Это наз. стандартными спо-
собом управления.

В х-ком ур-н

$$A_0 \lambda^4 + A_1 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda + A_4 = 0$$

корнем $\lambda_2 = -\frac{A_4}{A_3}$ можно
пренебречь, т. е. считать $\lambda_2 = 0$.

Поскольку $A_4 = b_4 (b_2 a_1 - a_2 \dot{a}_1)$,
то примем $b_4 = \frac{g}{V} = 0$.

X -е ур-е теперь имеет
вид:

$$A_0 \lambda^3 + A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda + A_3^* = 0; \quad A_3^* = A_3 - b_2 b_4$$

Оно описывает движение,
к-рое фазелинно при

$$\frac{b_1 (a_1 a_4 + a_2)}{A_3 - b_2 b_4} \geq 0,9$$

на движение по курсу /
скольжению и движение
по крену. Оба эти дви-
жения явл. "быстрыми"
движениями по сравнению
с "медленными" сим-
фальными движениями, от
рассмотрения к-рого мы
отказались.

1) Курс / скалярные

Отклонением элеронов обеспечивается нулевая угл. скорость крена $\dot{\psi}$ и угол крена β .
При этом $\dot{\psi}_i = 0$, $\dot{\beta}_i$

С-на ур-е движения примет вид:

$$\begin{cases} (\beta + a_1) \dot{\psi} + a_2 \beta = -a_3 \delta_{RH} ; \\ -\dot{\psi} + (a_4 + \beta) = -a_7 \delta_{RH} ; \end{cases}$$

отсюда передаст. ф-ции есть

$$\frac{W_{\beta}}{\delta_{RH}}(p) = - \frac{a_7 p + a_3 + a_1 a_7}{p^2 + (a_1 + a_4) p + a_1 a_4 + a_2}$$

$$\frac{W_{\dot{\psi}}}{\delta_{RH}}(p) = - \frac{a_3 p + a_3 a_4 - a_2 a_7}{p^2 + (a_1 + a_4) p + a_1 a_4 + a_2}$$

или, в стандартном виде,

$$W_{\frac{\beta}{\delta_{PH}}}(\phi) = \frac{-K_{\beta}(T_1\phi + 1)}{T_{\beta}^2\phi^2 + 2\zeta_{\beta}T_{\beta}\phi + 1} ;$$

$$W_{\frac{\omega_y}{\delta_{PH}}}(\phi) = \frac{K_{\omega_y}(T_{\omega_y}\phi + 1)}{T_{\beta}^2\phi^2 + 2\zeta_{\beta}T_{\beta}\phi + 1} ;$$

where

$$K_{\beta} = \frac{a_3 + a_1 a_7}{a_1 a_4 + a_2} ;$$

$$T_1 = \frac{a_7}{a_3 + a_1 a_7} ;$$

$$T_{\beta} = \frac{1}{\Omega_{\beta}} ;$$

$$\Omega_{\beta} = \sqrt{a_1 a_4 + a_2} ;$$

$$\zeta_{\beta} = \frac{a_1 + a_4}{2\sqrt{a_1 a_4 + a_2}} ;$$

$$K_{\omega_y} = \frac{a_3 a_4 - a_2 a_7}{a_1 a_4 + a_2} ;$$

$$T_{\omega_y} = \frac{a_3}{a_3 a_4 - a_2 a_7} ;$$

β - собствен. частота угловых
 углов курса и скольжения
 при отклонении фюз. на-
 правления и перевах угле
 крена; β - отн. коэф. зату-
 хания этих колебаний.

Можно положить $a_7 = 0$.
 Тогда

$$K_\beta = \frac{a_3}{a_1 a_4 + a_2}; \quad T_1 = 0;$$

$$K_{\omega_y} = \frac{a_3 a_4}{a_1 a_4 + a_2}; \quad T_{\omega_y} = \frac{1}{a_4}$$

Фоковая перегрузка есть

$$n_z = -\frac{1}{b_4} (a_4 \beta + a_7 \delta_{RH})$$

При $a_7 = 0$ $n_z \sim \beta$.

Т.о., координированный раз-
 вогат, при к-ром отсутству-
 ет скольжение, можно

определить и как развоятся боковой перекрутки.

Ω_β определяет быстроту переходного процесса: чем Ω_β больше, тем быстрее процесс; ζ_β оир. вид (колебательность) этого процесса. Эти параметры кин. динамического показателя управляемости бокового движения.

Если считать $a_1, a_4 = 0$, то

$$\Omega_\beta = \sqrt{a_2} = \sqrt{-\frac{m_y^\beta}{I_{yy}} \cdot \frac{\rho_B V^2 S l}{2}}.$$

С ростом M уменьшаются $|m_y^\beta|$ и Ω_β . С ростом V увеличивается Ω_β . С ростом H уменьшаются ρ_B и Ω_β . С уменьше-

ммен ε считается и Ω_β
с фостом нагрузки на
кромлю $\frac{G}{S} \sim I_{yy}$ считается
 Ω_β .

Для высокоманевренных
ЛА $\Omega_\beta = (0,5 \div 10) \frac{g}{c}$

Поскольку $a_1 \sim m_y \ddot{\omega}_y$, $a_4 \sim c_z^\beta$,
 $a_2 \sim m_\beta$, то с фостом M
считается ζ_β . Поскольку
 $\zeta_\beta \sim \sqrt{p_\beta}$, то с фостом H
считаются p_β и ζ_β .

Для высокоманевренных ЛА

$$\zeta_\beta = 0,01 \div 0,15.$$

2) Крен

Отклонением руля направле-
ния обеспечивается нулевой
угол скольжения.

С-ма при движении принимает вид:

$$\begin{cases} (p+a_1)\omega_y + b_6\omega_x = -b_5\delta_3; \\ a_6\omega_y + (p+b_1)\omega_x = -b_3\delta_3 \end{cases}$$

Отсюда находим ω_x - функцию есть

$$W_{\frac{\omega_x}{\delta_3}}(p) = - \frac{b_3(p+a_1) + b_5a_6}{(p+a_1)(p+b_1) - a_6b_6}$$

Здесь $a_6 \sim m_x \bar{\omega}_y$, $b_6 \sim m_y \bar{\omega}_x$; эти величины малы. Можно считать, что $a_6b_6 \ll a_1b_1$.

Кроме того, $a_6b_5 \ll a_1b_3$.

Поэтому приближенно

$$W_{\frac{\omega_x}{\delta_3}}(p) = - \frac{K\omega_x}{T\omega_x + 1}, \text{ где}$$

$$K\omega_x = \frac{b_3}{b_1};$$

$$T\omega_x = \frac{1}{b_1} \approx \frac{-4I_{xx}}{m_x \bar{\omega}_x \rho_B V S \ell^2}.$$

При $\alpha < \alpha_{кр}$ $m_x^{\omega_x} < 0$; $T_{\omega_x} > 0$.

С ростом M уменьшается $|m_x^{\omega_x}|$; увеличивается T_{ω_x} .

С ростом H снижается P_v , возрастает T_{ω_x} .

С ростом $\frac{G}{S} \sim I_{xx}$ также возрастает T_{ω_x} . С увеличением V убывает T_{ω_x} .

$T_{\omega_x} = (0,5 \div 20) \text{ с.}$

Т.е., время переходного процесса, равное $3T_{\omega_x}$, достигает 1 мин, что недопустимо. Поэтому в дополнение к зеркалам вводят дифференциальное отклонение фюз. высоты.

Фоковое движение в целом
х-есть эмпирическим коэф.

$$\alpha = \frac{\max_t \omega_x}{\max_t \omega_y} \approx \frac{v_2}{a_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_1^2}{a_2^2}}} \\ \approx \frac{v_2}{a_2} \approx \frac{m_x^\beta}{m_y^\beta} \cdot \frac{I_{yy}}{I_{xx}}$$

С 1940-х гг. существенно
уменьшилась конфигурация
ЛА, т.е. в том числе и
отношение $\frac{I_{yy}}{I_{xx}}$. Поэтому-

для самолетов 1940-х гг.
 $\alpha = 1 \div 3$, для современ-
ных самолетов $\alpha = 7 \div 15$.

К статич. показателям управ-
ляемости относятся балан-
сировочные углы откло-
нения элеронов и ру-
ля направления, к-рые

отличные от нуля y -за-
асимметричные сборы ЛА,
и разнотное градиенте.

Также вводятся пока-
тели в виде линейных
комбинаций.

$$C^* = \Delta n_y + K_1 \omega_z;$$

$$D^* = \beta + K_2 \omega_y.$$

Необходимость автоматизации
управления истребителями ЛА

Нек-рые психофизиологич. аспекты
дти летчика при
управлении ЛА

Информационная модель
т. е. показания приборов,
должна быть:

- адекватной;
- не перегруженной;

- однозначной;
- удобной
- и т.д.

Человек воспринимает информацию π / анализаторов:

- зрительной;
- слуховой;
- тактильной;
- кинестатический (восприятие усилий);
- восприятие ускорений;
- вестибулярный аппарат.

Информационная модель, дополненная опытом и знаниями летчика, образует: концентрическую модель. Именно она формирует представление о полёте и позволяет управлять ЛА.

Время выполнения опера-
ции

$$t_{оп} = t_{зп} + и t_{пи} + t_{пр} + t_{ма} + \\ + t_{рла} + t_{контр}, \quad где$$

$t_{зп}$ - время зритель. поиска;

$t_{пи}$ - время получения ин-
формации;

$и$ - кол-во наблюдаемых приборов;

$t_{пр}$ - время принятия решения;

$t_{ма}$ - время моторного акта;

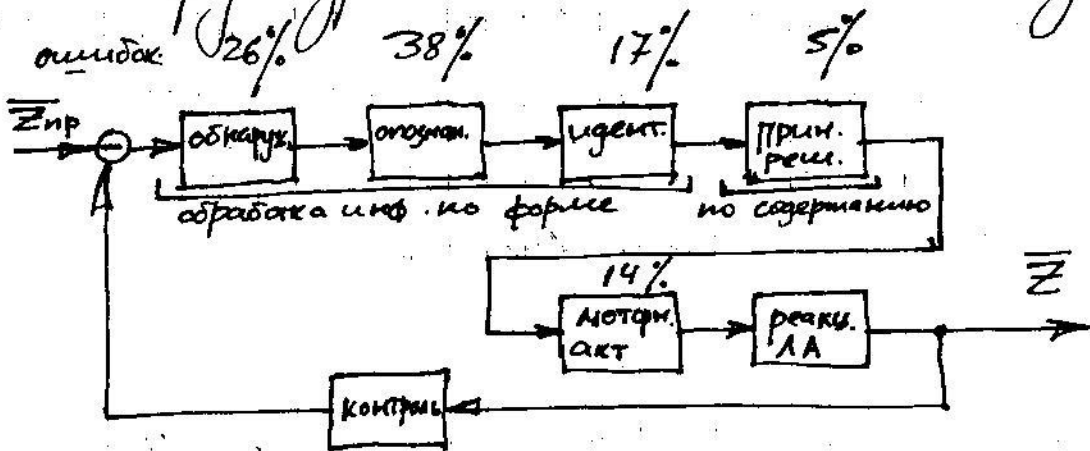
$t_{рла}$ - время реакции ЛА;

$t_{контр}$ - время контр. а.

Для уменьшения $t_{зп}$ при-
борная доска формируется опр.
образом; приборы вып. ин-
тегральными. Для умень-
шения $t_{пи}$ выбирается

оптимальная логическая на-
 чаль прибор. Наиболее
 сложный этап — принятие
 решения. Это зависит
 от того, управляет ли лёт-
 чик с помощью уменьшаемой
 величины или наоборот
 её производной.

Структурная схема имеет вид:



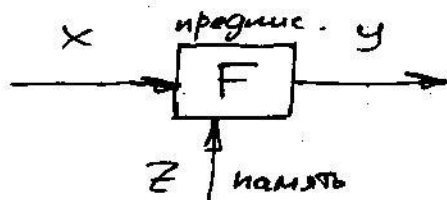
По формуле, логич. задан, возникающие на этапе
 принятие решения, фак-
 тически фактами:

- дедуктивный:

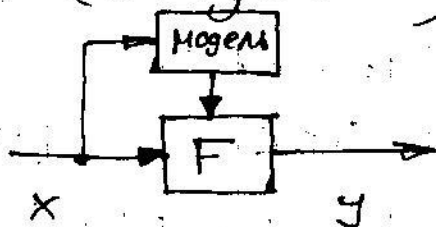
а) морганистская (прили-
тивная) дедукция — дей-
ствие в соответствии с
точным предиссанием
("При потаре выдави
стекло").



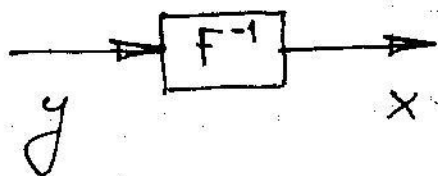
б) оптимизирующая дедук-
ция — с вовлечением
памяти :



в). аддитивная дедукция —
е построением образа
(модели).

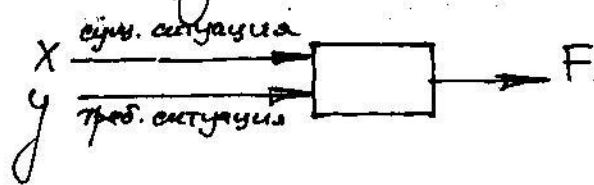


— абдуктивный — определение
причины по следствию:



Сложность в том, что
предписание F не мо-
жет охватить всех при-
чино-следственных све-
зей.

— индуктивный — выработка предписания



— прогнозический. — экстра-
поляция ситуации на период

$$t_{эк} = \sum_{i=1}^3 t_i + \sum_{j=1}^2 \Delta t_j, \text{ где}$$

t_1 — входение в ситуацию;

t_2 — оценка ситуации;

t_3 — выбор действия

Δt_1 — время моторного акта;

Δt_2 — время реакции ЛА

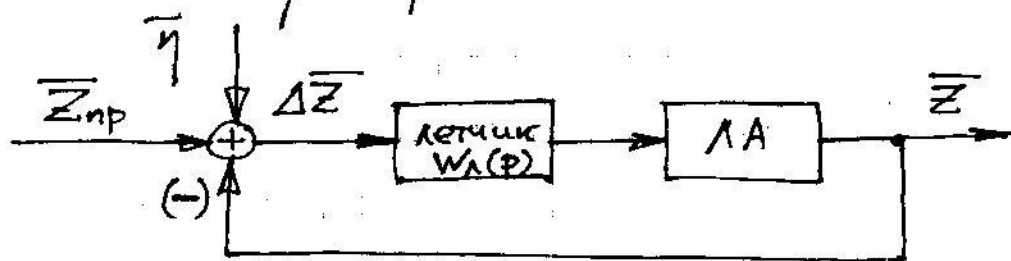
Любой факт задан внешне мо-
фонит. deduction требует опера-
тивного мышления летчика.

Нужно стремиться к тому,
чтобы все задан управле-
ния ЛА были сведены к

дедуктивному факту. Только он допускает эффективную алгоритмизацию.

Передат. ф-ция действия лётчика

существует для действий, в к-рых лётчик выступает как оператор.



Лётчик сводит к отклонению $\Delta \bar{z}(t)$ траектории $\bar{z}(t)$ от программной траектории $\bar{z}_{np}(t)$. В условиях случайной помехи $\bar{\eta}(t)$

действия лётчика как оператора при стабилизации углового поворота.

полёта сводятся к выводу
 ЛА на программную высо-
 ту H_{up} и поддержание $V_y =$
 $V_{y_{up}} = 0$.

Скорость V_y лётчик определяет
 по вариометру. Т.о., он дол-
 жен, отклонившимся рулем
 вперёд /назад удерживать
 стрелку вариометра на нуле

В качестве $\bar{y}(t)$ могут
 выступать, напр., турбулент-
 ные возмущения.

Для этого случая

$$W_{\lambda}(p) = \underbrace{e^{-T_{\lambda} p}}_{\text{блок запазд.}} \underbrace{K_{\lambda} \frac{T_{\lambda 1} p + 1}{T_{\lambda 2} p + 1}}_{\text{коррект. блок}} \underbrace{\frac{1}{T_{\lambda 3} p + 1}}_{\text{нейро-мускульный блок}}$$

T_{λ} — латентный период реакции
 лётчика; в зависи-ти от

раздражителе τ_n меняется;
для зрительного $\tau_n = (125 \div 280)$ мс;
для слухового $\tau_n = (120 \div 200)$ мс;
для тактильного $\tau_n = 90$ мс;
для теплового $\tau_n = (400 \div 1600)$ мс;
для болевого $\tau_n = (400 \div 800)$ мс;

$K_n = (3 \div 10) \frac{\text{Паг}}{\text{с}}$ — коэфф. передачи лётчика;

T_M показывает способность лётчика дифференцировать вх сигнал; $T_M \leq 1$ с;

T_{L2} показывает способность лётчика управлять задан-
двигателем; $T_{L2} \leq 20$ с.

Сокращение мускулов описы-
вается колебат. звеном,
однако для характерных

частот помехи $\bar{f}(t)$ $f \leq 1,5 \Gamma\text{ц}$
можно заменить его ана-
логич. звеном с $T_{\Lambda 3} = 250 \text{ мкс}$

Такая модель нац. квадрат-
нейной. Она не учитывает:

- а) ограничения способности
лётчика к экстраполяции;
- б) квантованного перемещения
органов управления;
- в) шумов, накладываемых со-
твен лётчиком (тремора).

$$\begin{cases} I_{zz} \delta \dot{\omega}_z - (I_{xx} - I_{yy}) \delta \omega_x \delta \omega_y - I_{xy} (\delta \omega_x^2 + \delta \omega_y^2) = \\ = M_{Rz0} + \delta M_{Rz} - (P_0 + \delta P) \cdot y_p \cos \varphi_p; \\ 0 = M_{Rz0} - P_0 y_p \cos \varphi_p; \end{cases}$$

$$I_{zz} \delta \dot{\omega}_z = \delta M_{Rz} - \delta P y_p \cos \varphi_p;$$

$$M_{Rz} = M_{Rz}(\alpha, \delta_{sacp}, \varphi, \delta_{PB}, M, \omega_z, \dot{\alpha}, H, V);$$

$$P = P(\delta_{cr}, H, V).$$

$$I_{zz} \dot{\omega}_z = M_{Rz}^\alpha \alpha + M_{Rz}^{\delta_{sacp}} \delta_{sacp} + M_{Rz}^{\delta_{PB}} \delta_{PB} + \frac{M_{Rz}^M}{a} \delta V + \\ + M_{Rz}^{\omega_z} \omega_z + M_{Rz}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + M_{Rz}^H \delta H + M_{Rz}^V \delta V.$$

$$\dot{\omega}_z = \underbrace{\frac{M_{Rz}^{\omega_z}}{I_{zz}} \omega_z}_{C_1} + \underbrace{\frac{M_{Rz}^\alpha}{I_{zz}} \alpha}_{C_2} - \dots$$

$$\begin{cases} ax + by = c; \\ \delta x + \delta y = f. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{I_{xx} \dot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz}) \omega_y \omega_z - I_{xy}} \\ & \begin{cases} I_{xx} \delta \dot{\omega}_x - I_{xy} \delta \dot{\omega}_y = M_{Rx1}; \\ -I_{xy} \delta \dot{\omega}_x + I_{yy} \delta \dot{\omega}_y = M_{Ry1} \end{cases} \quad \begin{cases} I_{xy} \\ I_{xx} \end{cases} + \begin{cases} I_{yy} \\ I_{xy} \end{cases} \\ & \cancel{I_{xy} \delta \dot{\omega}_y + I_{xx} I_{yy} \delta \omega} \\ & \begin{cases} (I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2) \delta \dot{\omega}_y = \cancel{M_{Rx1} + M_{Ry1}} = M_{Rx1} I_{xy} + M_{Ry1} I_{xx} \\ (I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2) \delta \dot{\omega}_x = \phantom{M_{Rx1} + M_{Ry1}} = M_{Rx1} I_{yy} + M_{Ry1} I_{xy} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m \left[(V_0 + \delta V) \delta \dot{\beta} + \delta \dot{V} \cdot \delta \beta - \delta \omega_x (V_0 + \delta V) \sin(\alpha_0 + \delta \alpha) - \delta \omega_y (V_0 + \delta V) \cos(\alpha_0 + \delta \alpha) \right] = \\ & = \delta Z - (X_0 + \delta X) \delta \beta - G \cos(\vartheta_0 + \delta \vartheta) \cdot \delta \beta \end{aligned}$$

$$m V_0 (\delta \dot{\beta} - \sin \alpha_0 \delta \omega_x - \cos \alpha_0 \delta \omega_y) = \delta Z - X_0 \delta \beta - G \cos \vartheta_0 \delta \beta.$$

$$Z = Z(\beta, M, \delta_{PH}, H, V);$$

18/11

$$m(V_0 + \delta V) \cdot [(\delta \omega_{z1} - \delta \ddot{\alpha}) \cos \delta \beta + \\ + \delta \omega_{y1} \sin(\alpha_0 + \delta \alpha) \sin \delta \beta - \\ - \delta \omega_{x1} \cos(\alpha_0 + \delta \alpha) \sin \delta \beta] = \\ = (P_0 + \delta P) \cdot \sin[(\alpha_0 + \varphi_P) + \delta \alpha] + \delta(Y_0 + \delta Y) - \\ - G \cdot (\sin \delta \vartheta \sin(\alpha_0 + \delta \alpha) + \cos \delta \vartheta \cos(\alpha_0 + \delta \alpha) \cdot \\ \cdot \cos \delta \beta);$$

$$mV_0 \cdot (\delta \omega_{z1} - \delta \ddot{\alpha}) = (P_0 + \delta P) [\sin(\alpha_0 + \varphi_P) + \\ + \delta \alpha \cdot \cos(\alpha_0 + \varphi_P)] + Y_0 + \delta Y - \\ - G \cdot \cos [-(\alpha_0 + \delta \alpha) + \delta \vartheta];$$

$$\begin{cases} mV_0 \delta \ddot{\theta} = (P_0 + \delta P) \cdot [\sin(\alpha_0 + \varphi_P) + \delta \alpha \cdot \cos(\alpha_0 + \varphi_P)] + \\ + Y_0 + \delta Y - G[\cos \theta_0 - \delta \theta \sin \theta_0] \\ 0 = P_0 \sin(\alpha_0 + \varphi_P) + Y - G \cos \theta_0 \end{cases}$$

$$mV_0 \delta \ddot{\theta} = \delta P \sin(\alpha_0 + \varphi_P) + P_0 \cos(\alpha_0 + \varphi_P) \cdot \delta \alpha + \\ + \delta Y + G \sin \theta_0 \delta \theta;$$

$$P = P(\delta_{cr}, V, H); \quad Y = Y(\alpha, M, \delta_{zarp}, \varphi, \delta_{PB}, \delta_{RB}, H, V)$$

$$mV_0 \delta \ddot{\omega}_{z1} \quad mV_0 \delta \ddot{\alpha} = (P^{\delta_{cr}} \delta(\delta_{cr}) + P^V \delta V + P^H \delta H) \cdot$$

$$\sin(\alpha_0 + \varphi_P) + P_0 \cos(\alpha_0 + \varphi_P) \cdot \delta \alpha +$$

$$Y^\alpha \delta \alpha + Y^M \delta M + Y^{\delta_{zarp}} \delta(\delta_{zarp}) + Y^{\delta_{PB}} \delta(\delta_{PB}) + Y^H \delta H + Y^V \delta V$$

$$+ G \sin \theta_0 \cdot \delta \vartheta - G \sin \theta_0 \cdot \delta \alpha;$$

$$-\omega_{z1} + \ddot{\alpha} + \frac{P_0 \cos(\alpha_0 + \varphi_P) + Y^\alpha \sin \theta_0}{mV_0} \alpha + \frac{P^V \sin(\alpha_0 + \varphi_P) + Y^V}{mV_0} \delta V +$$

$$\delta V + \frac{Y^{\delta_{PB}}}{mV_0} \delta_{PB} + \frac{Y^{\delta_{zarp}}}{mV_0} \delta_{zarp} + \frac{P^{\delta_{cr}}}{mV_0} \delta_{cr} = 0 \cdot e_2$$